

روابط مجموعات المناهج السعودية

كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات, يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع المناهج السعودية:

القناة الرسمية لموقع المناهج السعودية : www.almanahj.com/sa

روابط مجموعات الواتساب

[الصف الأول الابتدائي](#)

[الصف الثاني الابتدائي](#)

[الصف الثالث الابتدائي](#)

[الصف الرابع الابتدائي](#)

[الصف الخامس الابتدائي](#)

[الصف السادس الابتدائي](#)

[الصف الأول متوسط](#)

[الصف الثاني متوسط](#)

[الصف الثالث متوسط](#)

[الصف الأول الثانوي](#)

[الصف الثاني الثانوي العلمي](#)

[الصف الثاني الثانوي الأدبي](#)

[الصف الثالث الثانوي العلمي](#)

[الصف الثالث الثانوي الأدبي](#)

[مجموعة أخبار التربية](#)

روابط قنوات التلغرام

[الصف الأول](#)

[الصف الثاني](#)

[الصف الثالث](#)

[الصف الرابع](#)

[الصف الخامس](#)

[الصف السادس](#)

[الصف الأول متوسط](#)

[الصف الثاني متوسط](#)

[الصف الثالث متوسط](#)

[الصف الأول الثانوي](#)

[الصف الثاني الثانوي الأدبي](#)

[الصف الثاني الثانوي العلمي](#)

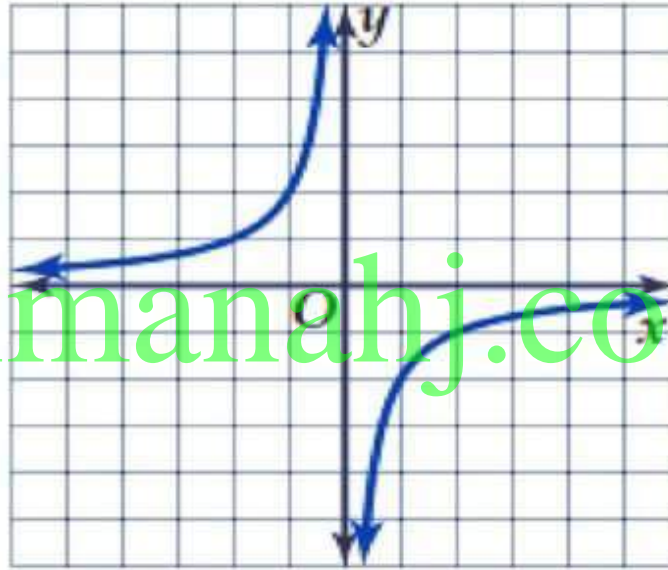
[الصف الثالث الثانوي الأدبي](#)

[الصف الثالث الثانوي العلمي](#)

[المناهج السعودية](#)

التهيئة للفصل 8

استعمل التمثيل البياني لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي:



$$g(x) = -\frac{2}{x} \quad (1)$$

almanahj.com/sa

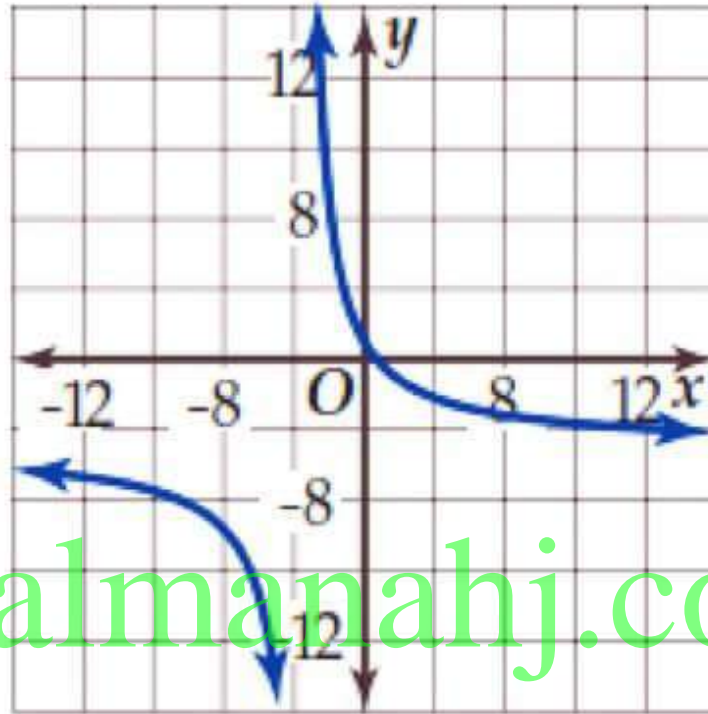
يظهر من المنحنى أن $g(x) \rightarrow 0$ عندما $x \rightarrow \infty$ ، و
 $g(x) \rightarrow 0$ عندما $x \rightarrow -\infty$



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق



$$m(x) = \frac{7 - 10x}{2x + 7} \quad (2)$$

almanahj.com/sa

يظهر من المنحنى أن $f(x) \rightarrow 0$ عندما $x \rightarrow \infty$ ، و
 $f(x) \rightarrow 0$ عندما $x \rightarrow -\infty$



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

3 صناعة: يمكن تقدير معدل التكلفة بالريال لإنتاج x قطعة من

منتج ما باستعمال الدالة $A(x) = \frac{1700}{x} + 1200$. صف سلوكك التعليمية
الدالة باستعمال التمثيل البياني للحاسبة البيانية عندما تقترب x من
موجب ما لانهاية.

**تقترب قيمة $A(x)$ من 1200 عندما تقترب x من موجب ما لا
نهاية.**

4 أوجد متوسط مُعدّل تغيّر الدالة $f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 6$
على الفترة $[-4, -1]$ **-17**

أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية (إن وجدت) لكل دالة
مما يأتي:

$$h(x) = \frac{2x^2 - 8}{x - 10} \quad (6)$$

$$f(x) = \frac{4x^2}{2x^2 + 1} \quad (5)$$

$$x = 10$$

$$y = 2$$



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

$$x = -2, x = 4, y = 1$$

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+5)}{(x+2)(x-4)} \quad (7)$$

$$x = 2, y = 1$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 16}{(x-2)(x+4)} \quad (8)$$

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل متتابعة مما يأتي:

$$-12, -17, -22, -27 \quad 8, 3, -2, -7, \dots \quad (9)$$

$$-19, -25, -31, -37 \quad 5, -1, -7, -13, \dots \quad (10)$$

$$80, -160, 320, -640 \quad 5, -10, 20, -40, \dots \quad (11)$$

$$0.7, 14, 21 \quad -28, -21, -14, -7, \dots \quad (12)$$



التالي

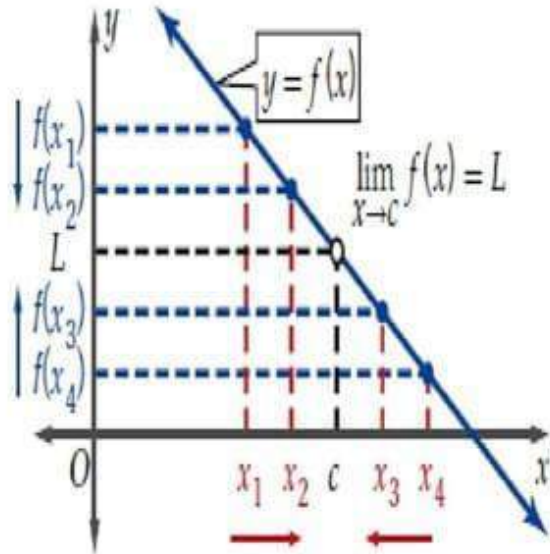
الصفحة الرئيسية

السابق

تقدير النهايات بيانيا

يتمحور علم التفاضل والتكامل حول مسألتين أساسيتين هما :-

- 1- ايجاد معادلة مماس منحنى دالة عند نقطة واقعة عليه .
- 2- ايجاد مساحة المنطقة الواقعة بين التمثيل البياني لمنحنى دالة المحور X وتعد مفاهيم النهايات أساسية لحل هاتين المسألتين .



إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L ،

كلما اقتربت قيم x من العدد c من كلا الجهتين

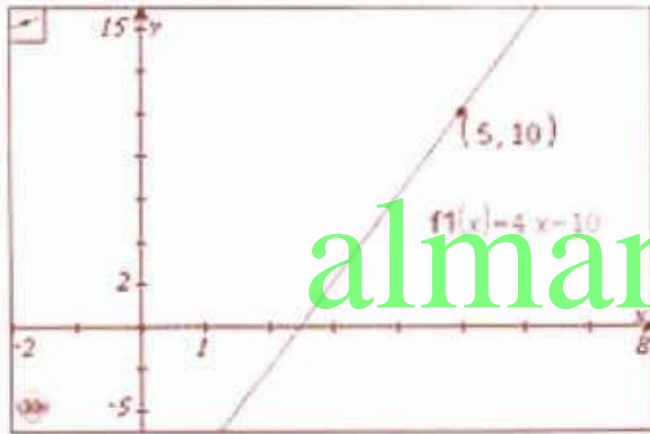
فإنها تكتب على الصورة يمكنك $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$

تطبيق مفهوم النهاية لتقدير نهاية $f(x)$ عندما

تقترب x ن العدد c ، أو $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ، وذلك من خلال

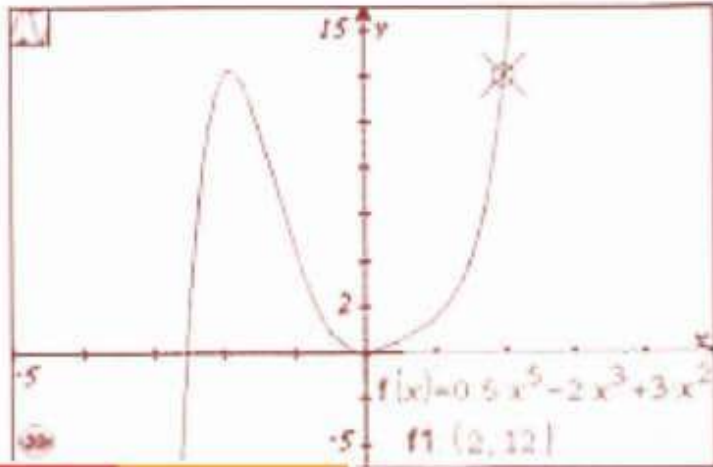
تمثيل الدالة بيانيا ، أو إنشاء جدول لقيم $f(x)$.

قدّر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزّز إجابتك باستعمال جدول قيم. إرشاد: "يمكنك استعمال الآلة البيانية للتمثيل البياني". (المثالان 1, 2)



$$\lim_{x \rightarrow 5} (4x - 10) \quad (1)$$

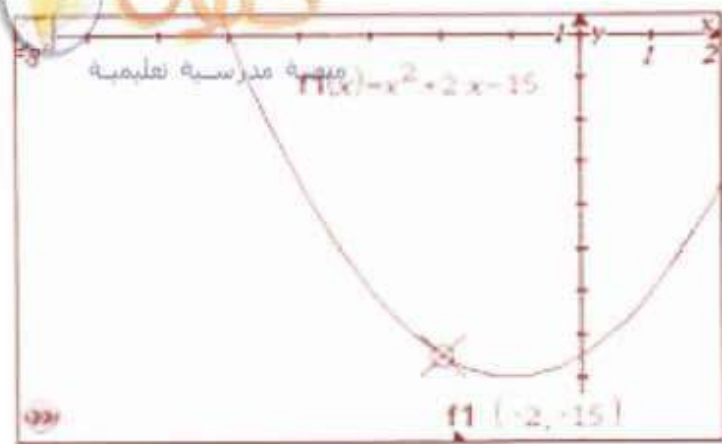
x	4.99	4.999	5	5.001	5.01
$f(x)$	9.96	9.996		10.004	10.04



12

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2} x^5 - 2x^3 + 3x^2 \right) \quad (2)$$

x	1.99	1.999	2	2.001	2.01
$f(x)$	11.72	11.972		12.028	12.28

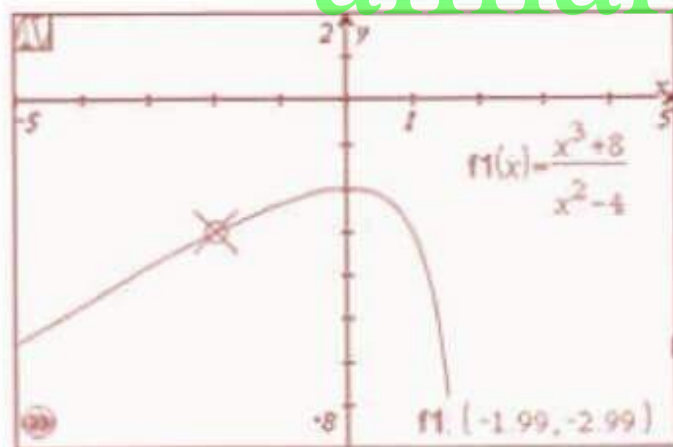


$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 2x - 15) \quad (3)$$

-15

x	-2.01	-2.001	-2	-1.999	-1.99
$f(x)$	-14.98	-14.998		-15.002	-15.02

almanahj.com/sa

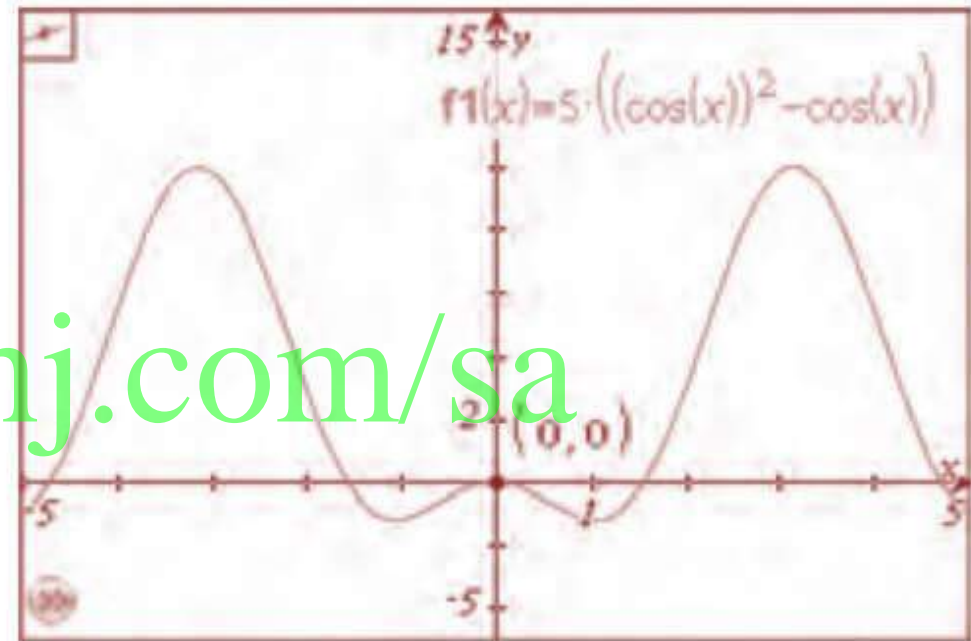


-3

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \quad (4)$$

x	-2.01	-2.001	-2	-1.999	-1.99
$f(x)$	-3.008	-3.0008		-2.9993	-2.993

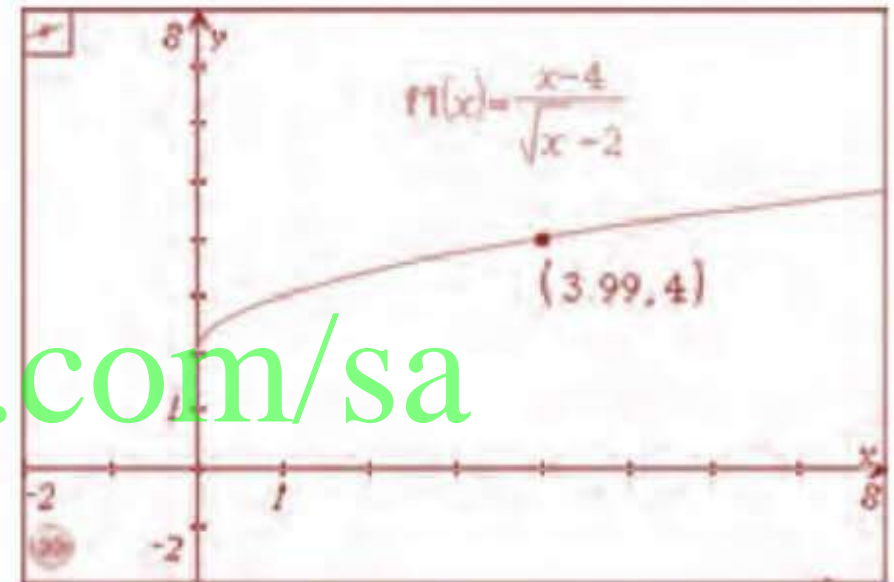
$$0 \lim_{x \rightarrow 0} [5 (\cos^2 x - \cos x)] \quad (5)$$



almanahj.com/sa

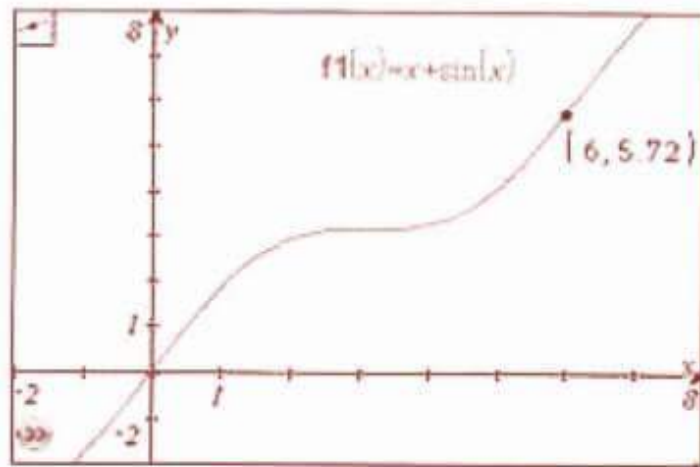
x	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01
$f(x)$	-0.0002	-0.000002		-0.000002	-0.0002

4 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ (6)



almanahj.com/sa

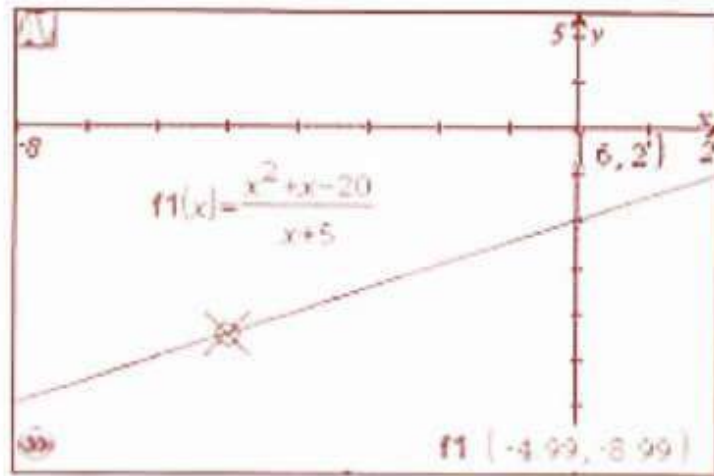
x	3.99	3.999	4	4.001	4.01
$f(x)$	3.997	3.9997		4.0002	4.002



$$\lim_{x \rightarrow 6} (x + \sin x) \quad (7)$$

5.72

x	5.99	5.999	6	6.001	6.01
$f(x)$	5.70	5.719		5.723	5.74



-9

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + x - 20}{x + 5} \quad (8)$$

x	-5.01	-5.001	-5	-4.999	-4.99
$f(x)$	-9.01	-9.001		-8.999	-8.99

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (\sqrt{-x} - 7) \quad (15) \quad 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x}{x} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} \quad (16) \quad -7 \quad -4 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|4x|}{x} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{|x|} \quad (11) \quad 10 \quad 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|3x|}{2x} \quad (17) \quad 1 \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \quad (12)$$

غير موجودة

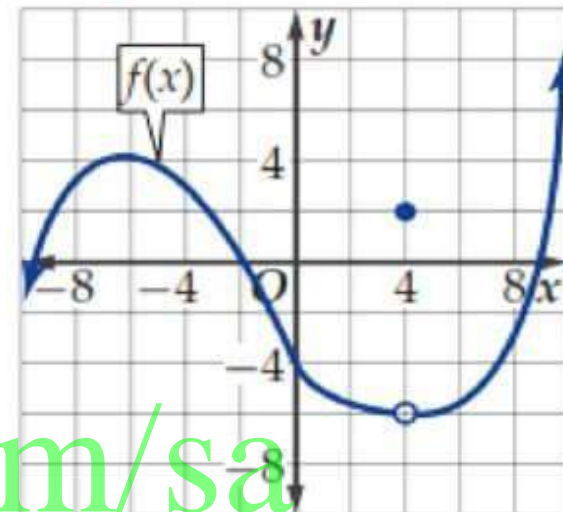
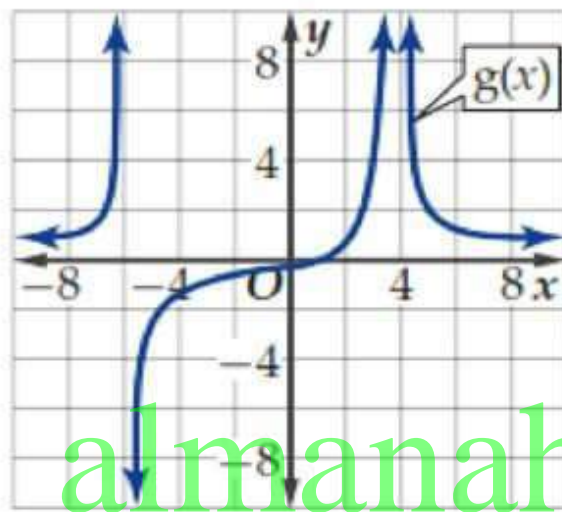
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x + 1|}{x^2 - 1} \quad (18) \quad 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{|2x + 1|}{x} \quad (13)$$

غير موحدة

غير موجودة

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{|x + 2|} \quad (14)$$

استعمل التمثيل البياني لتقدير كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:



$$\infty \quad \lim_{x \rightarrow 4} g(x) \quad (22)$$

3

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) \quad (21)$$

$$\lim_{x \rightarrow -6} g(x) \quad (24)$$

-6

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) \quad (23)$$

غير موجودة

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{-17}{x^2 + 8x + 16} \quad (25) \quad -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x|}{x - 4} \quad (26) \quad \text{غير موجودة}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2}{x^2 - 10x + 25} \quad (27) \quad \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{5}{(x - 6)^2} \quad (28) \quad \infty$$

almanahj.com/sa

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^5 - 7x^4 - 4x + 1) \quad (29) \quad -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 22}{4x^3 - 13} \quad (30) \quad 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cos x \quad (31) \quad \text{غير موجودة}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}} \quad (32) \quad -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x|}{x} \quad (33) \quad \text{غير موجودة}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x} \quad (34) \quad 0$$

(35) **دواء:** تم توزيع لقاح للحدّ من عدوى مرض ما. ويُبيّن التمثيل البياني أدناه عدد الحالات المصابة بالمرض بعد w أسبوع من توزيع اللقاح. (مثال 7)



(a) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{w \rightarrow 1} f(w)$ ، $\lim_{w \rightarrow 3} f(w)$.

$$\lim_{w \rightarrow 1} f(w) = 250 ; \lim_{w \rightarrow 3} f(w) = 100$$

(b) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{w \rightarrow \infty} f(w)$ إذا كانت موجودة، وفسّر النتيجة.

0 ؛ إجابة ممكنة : سيقضي اللقاح على العدوى مع مرور الزمن.

(36) **برامج تلفزيونية:** يُقدَّر عدد مشاهدي أحد البرامج التلفزيونية اليومية بالدالة $f(d) = 12(1.25012)^d - 12$ حيث d رقم اليوم منذ أول يوم للبرنامج. (مثال 7)

(a) مَثِّل الدالة $f(d)$ بيانياً في الفترة $0 \leq d \leq 20$.



(b) ما عدد مشاهدي البرنامج في اليوم: الخامس، العاشر،
العشرين، بعد شهرين ($d = 60$)؟

نحو 25 ، نحو 100 ، نحو 1031 ، نحو
7875584 شخصًا سوف يشاهدون
البرنامج بعد مرور شهرين .

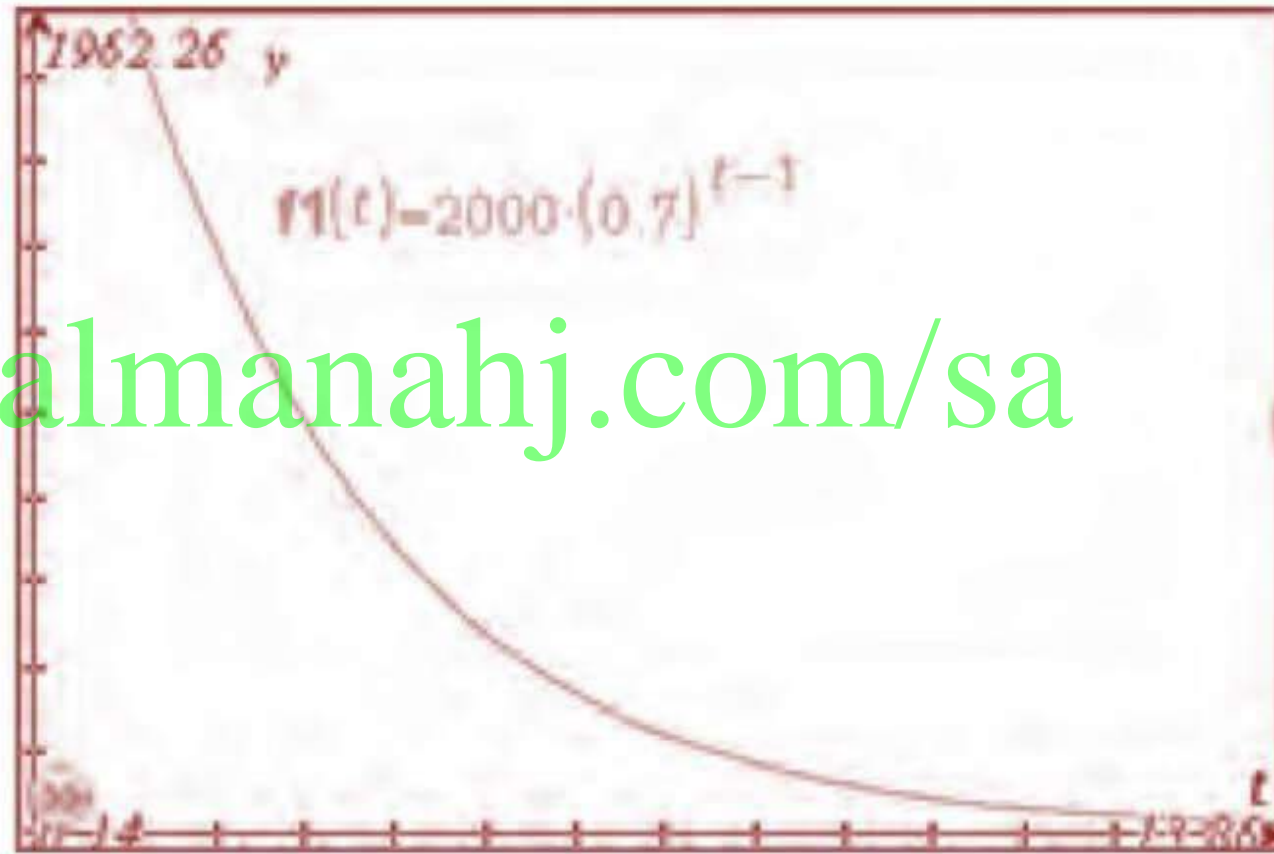
(c) قدر $\lim_{d \rightarrow \infty} f(d)$ إذا كانت موجودة، وفسّر النتيجة.

∞ ، إجابة ممكنة: يعني الناتج أن عدد
مشاهدي البرنامج سيزداد بشكل
لا نهائي.

(37) **كيمياء:** تتسرب مادة سامة من أنبوب غاز تحت الأرض كما في الشكل أدناه. ويعبر عن المسافة الأفقية بالأمطار التي تقطعها المادة المتسربة بالدالة $d(t) = 2000(0.7)^{t-1}$, $t \geq 1$ ، حيث t عدد السنوات منذ بدء التسرب. (مثال 7)



(a) مثل باستعمال الآلة البيانية الدالة بيانًا في الفترة $1 \leq t \leq 15$.



almanahj.com/sa

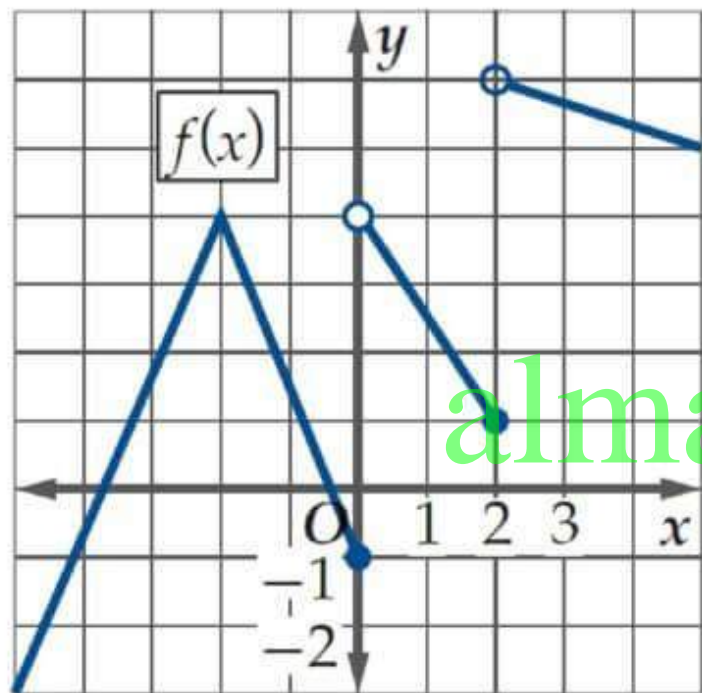
(b) استعمل التمثيل البياني وخاصية تتبع المسار في الحاسبة البيانية لإيجاد قيم d عندما $t = 5, 10, 15$.
480.2 , 80.71 , 13.56

(c) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t)$. 0

(d) هل من الممكن أن تصل المادة المتسرّبة لمستشفى يقع على بُعد 7000 m من موقع التسريب؟ تذكر أن مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية هو $\frac{a_1}{1-r}$.

لا؛ مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية 6666.67 m تقريباً، وهو أقل من 7000 m ، والذي يساوي بُعد المستشفى.

للدالة الممثلة بيانياً أدناه، قدر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:



$$-1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad (38)$$

$$4 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad (39)$$

$$\text{غير موجودة} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad (40)$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad (41)$$

$$6 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad (42)$$

$$2.5 \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (43)$$

حاسبة بيانية: حدّد ما إذا كانت النهاية موجودة أو غير موجودة في كل مما يأتي. وإذا لم تكن موجودة، فصف التمثيل البياني للدالة عند نقطة النهاية:

غير موجودة؛ يوجد خط تقارب رأسي للدالة عند $x=2$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$ (44)

غير موجودة؛ يوجد خط تقارب رأسي للدالة عند $x=2$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$ (45)

غير موجودة؛ تذبذب $\lim_{x \rightarrow 0} 3 \cos \frac{\pi}{x}$ (46)

غير موجودة؛ تقترب قيم $f(x)$ من قيمتين مختلفتين باقتراب قيم x من العدد -5 من اليمين ومن اليسار.

$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{|x + 5|}{x + 5}$ (47)

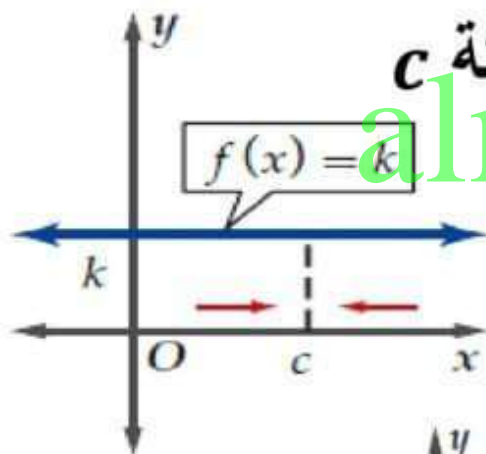
حساب النهايات جبريا

نهايات الدوال

نهايات الدوال الثابتة

نهاية الدالة الثابتة عند أي نقطة للدالة هي القيمة الثابتة c

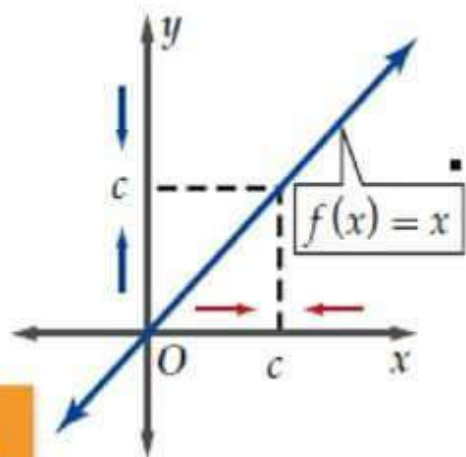
الرموز: $\lim_{x \rightarrow c} k = k$



نهايات الدوال المحايدة

نهاية الدالة المحايدة عند نقطة c هي c

الرموز: $\lim_{x \rightarrow c} x = c$



-25

$$\lim_{x \rightarrow -3} (5x - 10) \quad (1)$$

29

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 4x + 13}{x - 3} \quad (2)$$

21.11 $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{x} + 2x + \sqrt{x} \right) \quad (3)$

-46

$$\lim_{x \rightarrow -4} [x^2(x + 1) + 2] \quad (4)$$

6

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{x^2 - 10x}{\sqrt{x + 4}} \quad (5)$$

42

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^4 - x^3}{x^2} \quad (6)$$

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكناً، وإلا
 فاذكر السبب: (مثال 2)

(7) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x} - 4}$ ليس ممكناً ؛ فالمقام يساوي صفراً عندما $x = 16$.

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^3 - 3x^2 + 10)$ 30

almanahj.com/sa

(9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + 9x + 6}{x^2 + 5x + 6}$ 2

(10) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{2 - x}$ ليس ممكناً ؛ قيمة الدالة $f(x) = \sqrt{2 - x}$ هي $\sqrt{-1}$ عندما $x = 3$ وهي ليست معرفة.

(11) $\lim_{x \rightarrow 9} (3x^2 - 10x + 35)$ 188

(12) $\lim_{x \rightarrow 10} (-x^2 + 3x + \sqrt{x})$ -66.84

(13) **فيزياء:** بحسب نظرية آينشتاين النسبية، فإن كتلة جسم يتحرك

بسرعة v تُعطى بالعلاقة $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ، حيث c سرعة الضوء،

m_0 كتلة الجسم الابتدائية أو كتلته عند السكون.

أوجد $\lim_{v \rightarrow 0} m$ ، ووضح العلاقة بين هذه النهاية و m_0 . (مثال 2)

almanahj.com/sa

$$\lim_{v \rightarrow 0} m = m_0 \text{ . عندما تقترب}$$

سرعة الجسم من الصفر ، فإن كتلته تقترب من كتلته
الابتدائية ، أو كتلته في وضع السكون .

احسب كل نهاية مما يأتي:

8

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x+1} - 1} \quad (15)$$

3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1} \quad (14)$$

-12

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x+9}} \quad (17)$$

1.46

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 21x + 5}{3x^2 + 17x + 10} \quad (16)$$

$\frac{1}{6}$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x - 6} \quad (19)$$

-8

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x - 15}{x + 3} \quad (18)$$

$\frac{3}{4}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 10x + 2}{4x^3 + 20x^2} \quad (21)$$

∞

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (5 - 2x^2 + 7x^3) \quad (20)$$

∞

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^3 - 12x}{4x^2 + 13x - 8} \quad (23)$$

$-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (10x + 14 + 6x^2 - x^4) \quad (22)$$

2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^4 - 2}{5x^4 + 3x^3 - 2x} \quad (25)$$

0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x - 11}{-x^5 + 17x^3 + 4x} \quad (24)$$

(26) إسفننج: تحتوي مادة هلامية على حيوان الإسفننج، وعند وضع المادة الهلامية في الماء، فإن حيوان الإسفننج يبدأ بامتصاص الماء

والتضخم. ويمكن تمثيل ذلك بالدالة $l(t) = \frac{105t^2}{10 + t^2} + 25$

حيث l طول حيوان الإسفننج بالملمترات بعد t ثانية من وضعه في الماء. (مثال 6)



(a) ما طول حيوان الإسفننج قبل وضعه في الماء؟ **25 mm**

(b) ما نهاية الدالة عندما $t \rightarrow \infty$? **130 mm**

(c) وضح العلاقة بين نهاية الدالة l وطول حيوان الإسفننج.

لن يتعدى طول الحيوان الإسفنجي **130 mm**.

احسب نهاية كل متتابعة مما يأتي إذا كانت موجودة

$$0 \quad a_n = \frac{8n + 1}{n^2 - 3} \quad (27)$$

$$-4 \quad a_n = \frac{-4n^2 + 6n - 1}{n^2 + 3n} \quad (28)$$

$$2 \quad a_n = \frac{12n^2 + 2}{6n^2 - 1} \quad (29)$$

almanahj.com/sa

$$\infty \quad a_n = \frac{8n^2 + 5n + 2}{3 + 2n} \quad (30)$$

$$\frac{1}{4} \quad a_n = \frac{1}{n^4} \left[\frac{n^2(n+1)^2}{4} \right] \quad (31)$$

$$\infty \quad a_n = \frac{12}{n^2} \left[\frac{n(2n+1)(n+1)}{6} \right] \quad (32)$$

احسب كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة مستخدمًا التعويض المباشرة
 لحساب النهايتين من اليمين واليسار:

$$-5 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \begin{cases} x - 3, & x \leq -2 \\ 2x - 1, & x > -2 \end{cases} \quad (33)$$

almanahj.com/sa

$$5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \begin{cases} 5 - x^2, & x \leq 0 \\ 5 - x, & x > 0 \end{cases} \quad (34)$$

$$\text{غير موجودة} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \begin{cases} (x - 2)^2 + 1, & x \leq 2 \\ x - 6, & x > 2 \end{cases} \quad (35)$$

احسب كل نهاية مما يأتي، إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x + 2^x - \cos x) \quad (38)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x} \quad (37)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x + 2^x - \cos x) =$$

$$1 + 0 + 2^0 - \cos 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin \pi}{\pi} = \frac{0}{\pi} = 0$$

almanahj.com/sa

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{x - 1} \quad (40)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x}{x} \quad (39)$$

-0.5

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x}{x} = \frac{\tan \pi}{\frac{\pi}{2}} = 0$$

أوجد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ لكل دالة مما يأتي:

-9 $f(x) = 7 - 9x$ **(42)**

2 $f(x) = 2x - 1$ **(41)**

$\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ $f(x) = \sqrt{x+1}$ **(44)**

$\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $f(x) = \sqrt{x}$ **(43)**

$f(x) = x^2 + 8x + 4$ **(46)**

$2x$ $f(x) = x^2$ **(45)**

$2x + 8$

0.0000125

(47) **فيزياء:** يمتلك الجسم المتحرك طاقةً تُسمى الطاقة الحركية؛ لأن بإمكانه بذل شغل عند تأثيره على جسم آخر. وتُعطى الطاقة الحركية لجسم متحرك بالعلاقة $k(t) = \frac{1}{2} m \cdot (v(t))^2$ ، حيث $v(t)$ سرعة الجسم عند الزمن t ، و m كتلته بالكيلوجرام. إذا كانت سرعة جسم $v(t) = \frac{50}{1 + t^2}$ لكل $t \geq 0$ ، وكتلته 1 kg ، فما الطاقة الحركية التي يمتلكها عندما يقترَب الزمن من 100 s ؟

almanahj.com/sa

هو مستقيم يتقاطع مع منحنى ، ولكنة لا يعبره عند نقطة التماس ، ويمثل ميل المستقيم ميل المنحنى عند نقطة التماس .

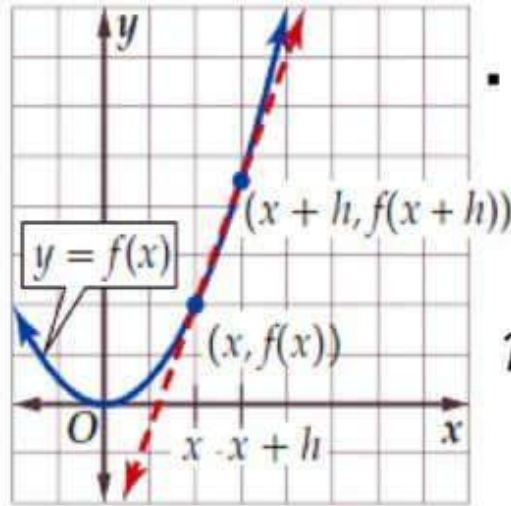
ولتعريف ميل المماس لمنحنى عند النقطة $(x, f(x))$ فإنه يمكننا الرجوع إلى صيغة ميل القاطع المار بالنقطتين

$(x, f(x))$ و $(x+h, f(x+h))$ كما في الشكل .

يكتب ميل القاطع بالصيغة :

$$m = \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

وتسمى صيغة قسمة الفرق .



أوجد ميل مماس منحنى كل دالة مما يأتي عند النقاط المعطاة:

تدرب وحل المسائل

$$-3.5 \quad y = x^2 - 5x, (1, -4), (5, 0) \quad (1)$$

$$-3 \text{ و } -3 \quad y = 6 - 3x, (-2, 12), (6, -12) \quad (2)$$

$$-3 \text{ و } -\frac{1}{3} \quad y = \frac{3}{x}, (1, 3), (3, 1) \quad (3)$$

$$12, 3 \quad y = x^3 + 8, (-2, 0), (1, 9) \quad (4)$$

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

$$m = -2 \quad y = 4 - 2x \quad (5)$$

$$m = -2x + 4 \quad y = -x^2 + 4x \quad (6)$$

$$m = -2x$$

$$y = 8 - x^2 \quad (7)$$

$$m = -\frac{2}{x^3}$$

$$y = \frac{1}{x^2} \quad (8)$$

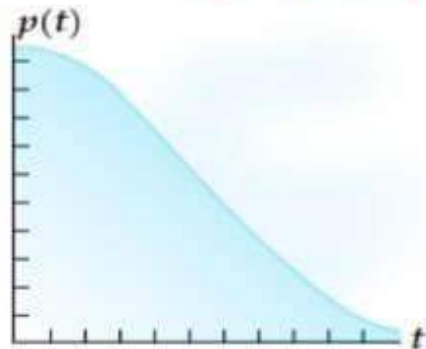
$$m = -\frac{\sqrt{x}}{2x^2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (9)$$

$$m = -6x^2$$

$$y = -2x^3 \quad (10)$$

(11) **تزلج:** تمثل الدالة $p(t) = 0.06t^3 - 1.08t^2 + 51.84$ موقع متزلج على سفح جليدي بعد t ثانية من انطلاقه. (مثال 2)



(a) أوجد معادلة ميل السفح الجليدي عند أي زمن.

$$m = 0.18t^2 - 2.16t$$

(b) أوجد الميل عندما $t = 2s, 5s, 7s$.

$$-3.6, -6.3, -6.3$$

تمثل $s(t)$ في كلِّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأمتال بعد t دقيقة. أوجد السرعة المتوسطة المتجهة للجسم بالميل لكل ساعة في الفترة الزمنية المعطاة. (تذكر بأن تحوّل الدقائق إلى ساعات): (مثال 3)

45 mi/h تقريباً $s(t) = 0.4t^2 - \frac{1}{20}t^3, 3 \leq t \leq 5$ (12)

65 mi/h تقريباً $s(t) = 1.08t - 30, 4 \leq t \leq 8$ (13)

49 mi/h تقريباً $s(t) = 0.01t^3 - 0.01t^2, 4 \leq t \leq 7$ (14)

45 mi/h تقريباً $s(t) = -0.5(t - 5)^2 + 3, 4 \leq t \leq 4.5$ (15)

(16) تمثّل المعادلة $f(t) = -16t^2 + 65t + 12$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لكرة قذفت إلى أعلى، ما السرعة المتوسطة المتجهة للكرة بين $t = 15, 2t$. (مثال 3)

تمثّل $f(t)$ في كلّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللحظية لهذا الجسم عند الزمن المُعطى: (مثال 4)

-96 ft/s

$f(t) = 100 - 16t^2, t = 3$ (17)

12.4 ft/s

$f(t) = 38t - 16t^2, t = 0.8$ (18)

-512 ft/s

$f(t) = -16t^2 - 400t + 1700, t = 3.5$ (19)

-121.6 ft/s

$f(t) = 1275 - 16t^2, t = 3.8$ (20)

-58.2 ft/s

$f(t) = 73t - 16t^2, t = 4.1$ (21)

-57.6 ft/s

$f(t) = -16t^2 + 1100, t = 1.8$ (22)

تمثل $s(t)$ في كلِّ مما يأتي المسافة التي يقطعها جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن : (مثال 5)

$$v(t) = 28t \quad s(t) = 14t^2 - 7 \quad (23)$$

$$v(t) = 1 - 6t \quad s(t) = t - 3t^2 \quad (24)$$

$$v(t) = 5 \quad s(t) = 5t + 8 \quad (25)$$

$$v(t) = -2t + 4 \quad s(t) = 18 - t^2 + 4t \quad (26)$$

$$v(t) = 24t + 6t^2 \quad s(t) = 12t^2 - 2t^3 \quad (27)$$

$$v(t) = 9t^2 + 6 \quad s(t) = 3t^3 - 20 + 6t \quad (28)$$



(29) **قفز مظلي:** يمكن وصف ارتفاع مظلي بالأقدام عن سطح الأرض بعد t ثانية من قفزه بالدالة $h(t) = 15000 - 16t^2$.

(a) أوجد السرعة المتوسطة المتجهة للمظلي بين الثانية الثانية والخامسة من القفز.

-112 ft/s

almanahj.com/sa

(b) كم بلغت السرعة المتجهة اللحظية للمظلي عند الثانية الثانية، وعند الثانية الخامسة؟

$-64 \text{ ft/s}, -160 \text{ ft/s}$

(c) أوجد معادلة سرعة المظلي المتجهة اللحظية عند أي زمن.

$v(t) = -32t$

(30) **غوص:** يُبيّن الجدول أدناه ارتفاع غواص d مقربًا لأقرب جزء من عشرة بالأمتار عن سطح الماء بعد t ثانية من قفزه من مكان مرتفع نحو الماء.

t	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
d	43.8	42.3	40.1	34	25.3	14.3	0.75

(a) احسب السرعة المتوسطة المتجهة للغواص في الفترة الزمنية $0.5 \leq t \leq 1.0$.
 -7.4 m/s

(b) إذا كانت معادلة المنحنى لنقاط الجدول هي $d(t) = -4.91t^2 - 0.04t + 45.06$ ، فأوجد معادلة سرعة الغواص المتجهة اللحظية $v(t)$ بعد t ثانية، ثم استعمل $v(t)$ لحساب سرعته بعد 3 s .

$$v(t) = -9.82t - 0.04, -29.5 \text{ m/s}$$



(31) **كرة القدم:** ركل سلمان كرة بسرعة رأسية قدرها 75 ft/s .

افترض أن ارتفاع الكرة بالأقدام بعد t ثانية مُعطى بالدالة

$$f(t) = -16t^2 + 75t + 2.5$$

(a) أوجد معادلة سرعة الكرة المتجهة اللحظية $v(t)$. $-32t + 75$

(b) ما سرعة الكرة المتجهة بعد 0.5 s من ركلها؟ 59 ft/s

(c) إذا علمت أن السرعة المتجهة اللحظية للكرة لحظة وصولها

إلى أقصى ارتفاع هي صفر، فمتى تصل إلى أقصى ارتفاع؟ $t \approx 2.344 \text{ s}$

(d) ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ t ، 90.39 ft تقريبًا

(32) **فيزياء:** تعطى المسافة التي يقطعها جسم يتحرك على مسار مستقيم بالمعادلة $d(t) = 3t^3 + 8t + 4$ ، حيث t الزمن بالثواني ، و d المسافة بالأمتار.

(a) أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية للجسم $v(t)$ عند أي زمن. $9t^2 + 8$

(b) استعمل $v(t)$ لحساب سرعة الجسم المتجهة عندما $t = 2s, 4s, 6s$

44 m, 152 m, 332 m

تستعمل النهايات لتحديد ميل مماس منحنى الدالة $f(x)$ عند أي نقطة عليا وتسمى هذه النهاية مشتقة الدالة وتعطى بالصيغة

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

نتيجة الاشتقاق تسمى معادلة تفاضلية

عملية ايجاد المشتقة تسمى اشتقاق

مثال مشتقة دالة عند أي نقطة

أوجد مشتقة $f(x) = 4x^2 - 5x + 8$ باستعمال النهايات ، ثم احسب قيمة المشتقة عندما $x = 1, 5$.

تكملة الشرح

صيغة المشتقة $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة: (مثال 1)

$$f(x) = 4x^2 - 3, x = 2, -1 \quad (1)$$

$$f'(x) = 8x, f'(2) = 16, f'(-1) = -8$$

$$g(t) = -t^2 + 2t + 11, t = 5, 3 \quad (2)$$

$$g'(t) = -2t + 2, g'(5) = -8, g'(3) = -4$$

$$m(j) = 14j - 13, j = -7, -4 \quad (3)$$

$$m'(j) = 14, m'(-7) = 14, m'(-4) = 14$$

$$v(n) = 5n^2 + 9n - 17, n = 7, 2 \quad (4)$$

$$v'(n) = 10n + 9, v'(7) = 79, v'(2) = 29$$

$$r(b) = 2b^3 - 10b, b = -4, -3 \quad (5)$$

$$r'(b) = 6b^2 - 10, r'(-4) = 86, r'(-3) = 44$$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

$$y'(f) = -11$$

$$y(f) = -11f \quad (6)$$

$$z'(n) = 4n + 7$$

$$z(n) = 2n^2 + 7n \quad (7)$$

$$g'(h) = \frac{1}{h^2} - \frac{2}{h^3} - 3h^{\frac{1}{2}} \quad g(h) = 2h^{\frac{1}{2}} + 6h^{\frac{1}{3}} - 2h^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

$$b'(m) = 2m^{-\frac{1}{3}} - 3m^{\frac{1}{2}} \quad b(m) = 3m^{\frac{2}{3}} - 2m^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

$$n'(t) = -\frac{1}{t^2} - \frac{6}{t^3} - \frac{6}{t^4} \quad n(t) = \frac{1}{t} + \frac{3}{t^2} + \frac{2}{t^3} + 4 \quad (10)$$

$$f'(x) = \frac{3}{2x^{\frac{1}{2}}} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3x^{\frac{3}{2}}} \quad f(x) = 3x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

(14) درجات حرارة: تُعطى درجة حرارة إحدى المدن بالفهرنهايت في أحد الأيام بالدالة:

$$f(h) = -0.0036h^3 - 0.01h^2 + 2.04h + 52$$

حيث h عدد الساعات التي انقضت من ذلك اليوم. (مثال 4)

(a) أوجد معادلة تمثل مُعدّل التغيّر اللحظي لدرجة الحرارة.

$$f'(h) = -0.0108h^2 - 0.02h + 2.04$$

(b) أوجد مُعدّل التغيّر اللحظي لدرجة الحرارة عندما:
 $h = 2, 14, 20$.

$$f'(2) \approx 1.96^\circ\text{F}, f'(14) \approx -0.36^\circ\text{F}, f'(20) \approx -2.68^\circ\text{F}$$

(c) أوجد درجة الحرارة العظمى في الفترة: $0 \leq h \leq 24$

$$68.92^\circ\text{F}$$

استعمل الاشتقاق لإيجاد النقاط الحرجة، ثم أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لكل دالة مما يأتي على الفترة المعطاة. (مثال 5)

$$f(x) = 2x^2 + 8x, [-5, 0] \quad (15)$$

نقطة حرجة $(-2, -8)$ ، صغرى $(-2, -8)$ ، عظمى $(-5, 10)$

$$r(t) = t^4 + 6t^2 - 2, [1, 4] \quad (16)$$

نقطة حرجة $(0, -2)$ ، صغرى $(1, 5)$ ، عظمى $(4, 350)$

$$t(u) = u^3 + 15u^2 + 75u + 115, [-6, -3] \quad (17)$$

نقطة حرجة $(-5, -10)$ ، صغرى $(-6, -11)$ ، عظمى $(-3, -2)$

$$f(x) = -5x^2 - 90x, [-11, -8] \quad (18)$$

نقطة حرجة $(-9, 405)$ ، صغرى $(-11, 385)$ ، عظمى $(-9, 405)$

$$z(k) = k^3 - 3k^2 + 3k, [0, 3] \quad (19)$$

نقطة حرجة $(1, 1)$ ، صغرى $(0, 0)$ ، عظمى $(2, 9)$

(21) **رياضة:** عُد إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. الدالة:

$$h(t) = 65t - 16t^2 + 3$$

تمثل ارتفاع الكرة h بالأقدام بعد t ثانية،

عندما $0 \leq t \leq 4$. (مثال 5)

(a) أوجد $h'(t)$.

$$h'(t) = 65 - 32t$$

(b) أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى للدالة $h(t)$ في الفترة $[0, 4]$.

$$(0, 3), (2, 03, 68.9)$$

(c) هل يمكن لأحمد ركل الكرة لتصل إلى ارتفاع 68 ft؟

نعم؛ أقصى ارتفاع يمكن أن تبلغه الكرة هو 68.9ft. وهذا

أعلى من 68ft.

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$g(x) = (3x^4 + 2x)(5 - 3x) \quad \mathbf{(23)}$$

$$f(x) = (4x + 3)(x^2 + 9) \quad \mathbf{(22)}$$

almanahj.com/sa



حلول

$$g(x) = \left(x^{\frac{3}{2}} + 2x\right)(0.5x^4 - 3x) \quad (25)$$

$$s(t) = (\sqrt{t} + 2)(3t^{11} - 4t) \quad (24)$$

almanahj.com/sa



$$q(a) = \left(a^{\frac{9}{8}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{5}{4}} - 13a\right) \quad (27)$$

$$c(t) = (t^3 + 2t - t^7)(t^6 + 3t^4 - 22t) \quad (26)$$

almanahj.com/sa

$$f(x) = (1.4x^5 + 2.7x)(7.3x^9 - 0.8x^5) \quad \mathbf{(28)}$$

almanahj.com/sa

استعمل قاعدة مشتقة القسمة لإيجاد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$r(t) = \frac{t^2 + 2}{3 - t^2} \quad (30)$$

$$f(m) = \frac{3 - 2m}{3 + 2m} \quad (29)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 2x}{-x^2 + 3} \quad (32)$$

$$m(q) = \frac{q^4 + 2q^2 + 3}{q^3 - 2} \quad (31)$$

$$t(w) = \frac{w + w^4}{\sqrt{w}} \quad (34)$$

$$q(r) = \frac{1.5r^3 + 5 - r^2}{r^3} \quad (33)$$

(35) قام بائع ملابس بإيجاد العلاقة بين سعر قميص، وعدد القطع المباعة منه يوميًا، فوجد أنه عندما يكون سعر القميص d ريالًا، فإن عدد القطع المباعة يوميًا يساوي $80 - 2d$.

(a) أوجد $r(d)$ التي تمثل إجمالي المبيعات اليومية، عندما يكون سعر القميص d ريالًا.

$$r(d) = d(80 - 2d)$$

(b) أوجد $r'(d)$.

$$r'(d) = -4d + 80$$

(c) أوجد السعر d الذي تكون عنده قيمة المبيعات اليومية أكبر ما يمكن.

20 ريالًا

قُدِّر كل نهاية مما يأتي:

1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$ (2)

1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x}$ (1)

0 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos x - 1}{x}$ (4) 12 $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x^2 - 18}{x - 3}$ (3)

2 $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^3 + 3}$ (6)

3 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x^2 + 1}$ (5)

$\frac{1}{3}$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|4 - x|}{\sqrt{3x}}$ (8)

-1 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x + 20}}{x}$ (7)



التالي

الصفحة الرئيسية

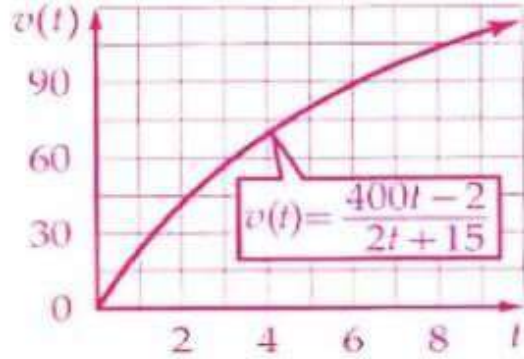
السابق



9) تزداد قيمة تحفة فنية فريدة سنويًا بحيث تُعطى قيمتها بآلاف الريالات

منصة مدرسية تعليمية

بعد t سنة بالعلاقة $v(t) = \frac{400t + 2}{2t + 15}$. (الدرس 8-1)



(a) مثل الدالة $v(t)$ بيانيًا في الفترة $0 \leq t \leq 10$.

(b) استعمل التمثيل البياني؛ لتقدير قيمة التحفة الفنية عندما

$t = 2, 5, 10$ ريال 42000, 80000, 115000

(c) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$. 200

(d) وضح العلاقة بين النهاية وسعر التحفة الفنية.

إن قيمة التحفة لن تزيد عن 200000 ريال .



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

احسب كل نهاية مما يأتي بالتعويض المباشر ، إذا كان ممكناً، وإلا فاذكر
السبب. (الدرس 2-8)

ليس ممكناً ؛ عندما $x = 9$ ، فإن المقام يساوي صفراً .

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x} - 3} \quad (10)$$

$\lim_{x \rightarrow -2} (2x^3 + x^2 - 8) = -20$ (11)

(12) **حياة بريئة** : يمكن تقدير عدد الغزلان بالمثلثات في محمية بالعلاقة

$$P(t) = \frac{10t^3 - 40t + 2}{2t^3 + 14t + 12}$$

وذلك بعد t سنة ، حيث $t \geq 3$. ما أكبر

عدد للغزلان يمكن أن يوجد في هذه المحمية؟ (الدرس 2-8)

500 غزال



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

احسب كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x - 2}{4x^3 + 5x^2} \quad (14)$$

∞

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (15 - x^2 + 8x^3) \quad (13)$$

$-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (10x^3 - 4 + x^2 - 7x^4) \quad (16)$$

0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 1}{2x^4 - 14x^2 + 2} \quad (15)$$

اختيار من متعدد؛ قدّر

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 5}{10 - (2.7)^{\frac{16}{x}}} \quad (17)$$

(الدرس 1-8)

$\frac{1}{2}$ B

A غير موجودة

$-\infty$ D

∞ C



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

أوجد ميل مماس منحنى كل دالة مما يأتي عند النقاط المعطاة:

1, -5 $y = x^2 - 3x, (2, -2), (-1, 4)$ (18)

-5, -5 $y = 2 - 5x, (-2, 12), (3, -13)$ (19)

-5, 3 $y = x^3 - 4x^2, (1, -3), (3, -9)$ (20)

(21) **ألعاب نارية:** انطلقت قذيفة ألعاب نارية رأسياً إلى أعلى بسرعة 90 ft/s، وتمثل الدالة $h(t) = -16t^2 + 90t + 3.2$ الارتفاع

الذي تبلغه القذيفة بعد t ثانية من إطلاقها. (الدرس 3-8)

(a) أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للقذيفة. **$-32t + 90$**

(b) ما السرعة المتجهة للقذيفة بعد 0.5 s من الإطلاق؟ **74 ft/s**

(c) ما أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة؟ **تقريباً 129.7 ft/s**



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

(22) اختيار من متعدد: أي مما يأتي يمثل معادلة ميل منحنى $y = 7x^2 - 2$ عند أي نقطة عليه؟ (الدرس 3-8)

$m = 7x - 2$ C

$m = 7x$ A

$m = 14x - 2$ D

$m = 14x$ B

أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ لجسم يُعطى موقعه عند أي زمن بالعلاقة $h(t)$ في كل مما يأتي: (الدرس 3-8)

$v(t) = 8t - 9$ $h(t) = 4t^2 - 9t$ (27)

$v(t) = 2 - 26t$ $h(t) = 2t - 13t^2$ (28)

$v(t) = 2 - 10t$ $h(t) = 2t - 5t^2$ (29)

$v(t) = 12t - 3t^2$ $h(t) = 6t^2 - t^3$ (30)



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

المساحة تحت المنحنى والتكامل

يمكن حساب المساحة تحت المنحنى باستخدام شكل اساسى معلوم
المساحة كمساحة المستطيل للوصول الى المساحة التقريبية تحت المنحنى
كما يوضح المثال الآتي :-

مثال

المساحة تحت منحنى باستعمال مستطيلات

قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x) = -x^2 + 12x$
والمحور x على الفترة $[0, 12]$ باستعمال 4 ، 6 ، 12 مستطيلات
على الترتيب . استعمل الطرف الأيمن لكل مستطيل لتحديد ارتفاعه .

مثل الدالة والمستطيلات كما في الأشكال التالية ، باتباع الخطوات التالية :

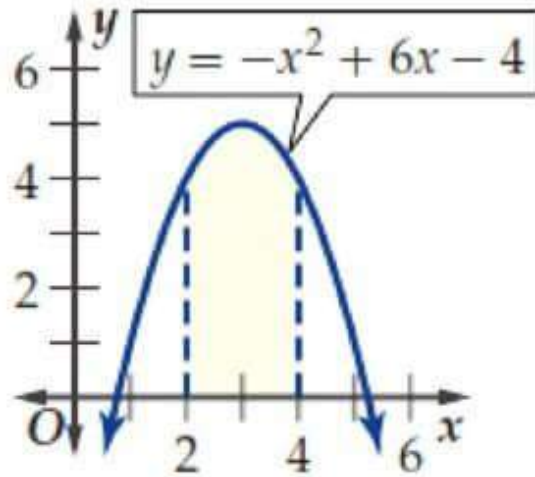
- 1- أوجد طول الفترة $[0, 12]$ بطرح بدايتها من نهايتها .
- 2- أوجد عرض كل مستطيل بقسمة طول الفترة على عدد المستطيلات ،
فمثلا إذا كان عدد المستطيلات 4 نقسم $12 \div 4 = 3$.

تكملة الشرح

قرب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة مستعملًا الطرف المعطى
لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عددها في كلٍّ من الأشكال
أدناه: (مثال 1)

(2) 4 مستطيلات

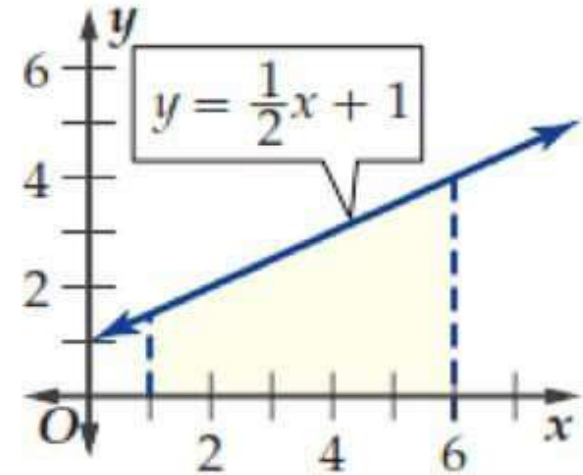
الطرف الأيسر



9.25 وحدات مربعة تقريبا

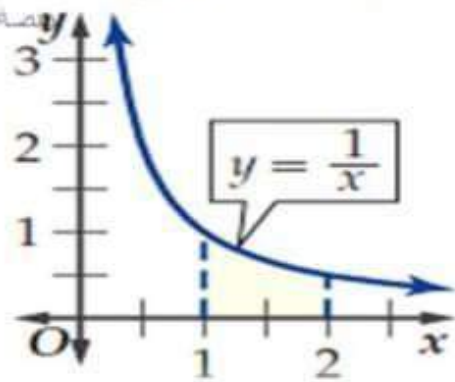
(1) 5 مستطيلات

الطرف الأيمن

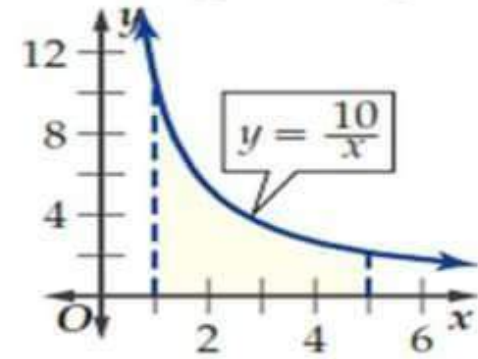


15 وحدة مربعة تقريبا

(4) 5 مستطيلات
الطرف الأيمن



(3) 8 مستطيلات
الطرف الأيمن

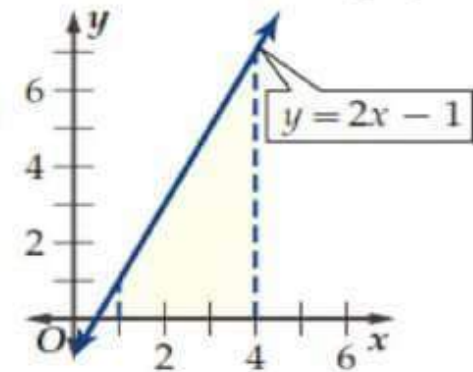


14.29 وحدة مربعة تقريبا **0.65 وحدة مربعة تقريبا**

قرب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة في كل من الأشكال الآتية مستعملًا الأطراف اليمنى ثم اليسرى؛ لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عرض كل منها، ثم أوجد الوسط للتقريبين: (مثال 2)

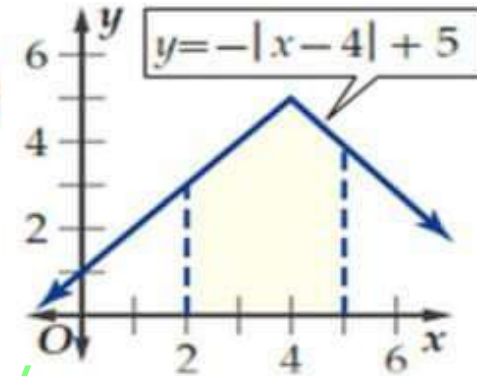
المساحة باستعمال الأطراف اليمنى هي 13.5 وحدة مربعة ،
المساحة باستعمال الأطراف اليسرى هي 10.5 وحدات مربعة ،
الوسط للمساحة هو 12 وحدة مربعة .

(6) العرض 0.5



المساحة باستعمال الأطراف اليمنى هي 12.75 وحدة مربعة ، المساحة باستعمال الأطراف اليسرى هي 12.25 وحدة مربعة ، الوسط للمساحة هو 12.5 وحدة مربعة .

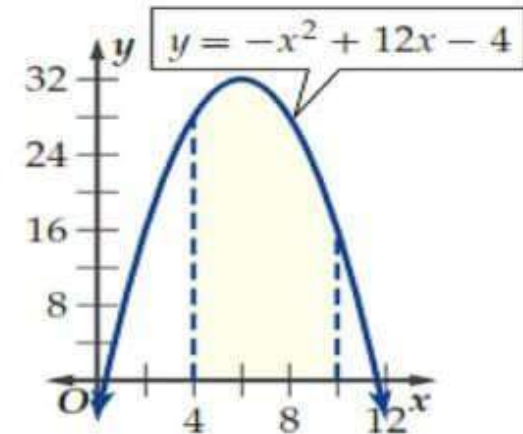
(7) العرض 0.5



almanahj.com/sa

المساحة باستعمال الأطراف اليمنى هي 162.94 وحدة مربعة ، المساحة باستعمال الأطراف اليسرى هي 171.94 وحدة مربعة ، الوسط للمساحة هو 167.44 وحدة مربعة .

(8) العرض 0.75



استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي: (المثالان 3, 4)

$$\int_0^2 6x \, dx \quad (11)$$

12 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_1^4 4x^2 \, dx \quad (10)$$

84 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_0^4 (4x - x^2) \, dx \quad (13)$$

10.687 وحدات مربعة تقريبا

$$\int_1^3 (2x^2 + 3) \, dx \quad (12)$$

23.33 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_2^4 (-3x + 15) \, dx \quad (15)$$

12 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_3^4 (-x^2 + 6x) \, dx \quad (14)$$

8.67 وحدات مربعة تقريبا

$$\int_1^3 12x \, dx \quad (17)$$

48 وحدة مربعة تقريبا

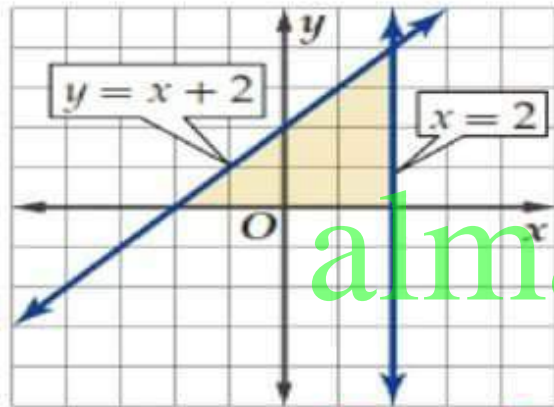
$$\int_1^5 (x^2 - x + 1) \, dx \quad (16)$$

33.33 وحدة مربعة تقريبا

(18) **طباعة:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس . إذا زاد عدد

الكتب المطبوعة يوميًا من 1000 كتاب إلى 1500 كتاب، فأوجد قيمة تكلفة الزيادة والمعطاة بالتكامل

3750 ريالاً



الارتفاع = 4 وحدات ،

القاعدة = 4 وحدات ،

المساحة = 8 وحدات مربعة

8 وحدات مربعة

(مثال 5) . $\int_{1000}^{1500} (10 - 0.002x) dx$

(19) يمكن حساب التكاملات المحددة عندما

يكون أحد حدي التكامل موجباً والآخر سالباً.

(a) أوجد طول قاعدة وارتفاع المثلث،

ثم مساحته باستعمال قانون مساحة المثلث.

(b) أوجد مساحة المثلث بحساب

التكامل $\int_{-2}^2 (x + 2) dx$

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

$$\int_{-1}^0 (x^3 + 2) dx \quad (21)$$

1.75 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_{-1}^1 x^2 dx \quad (20)$$

0.67 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_{-3}^{-2} -5x dx \quad (23)$$

12.5 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_{-4}^{-2} (-x^2 - 6x) dx \quad (22)$$

17.33 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_{-1}^0 (x^3 - 2x) dx \quad (25)$$

0.75 وحدة مربعة تقريبا

$$\int_{-2}^0 (2x + 6) dx \quad (24)$$

8 وحدات مربعة تقريبا

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

قواعد الدالة الأصلية

إذا كان $f(x) = x^n$ ، حيث n عدد نسبي لا

يساوي -1 ، فإن $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

إذا كان $f(x) = kx^n$ ، حيث n عدد نسبي لا

يساوي -1 ، k عددا ثابتا ، فإن $F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$

إذا كان $f(x)$ ، $g(x)$ ، دالتان أصليان هما

$F(x)$ ، $G(x)$ على الترتيب ، فإن $F(x) \pm G(x)$

دالة أصلية لـ $f(x) \pm g(x)$.

قاعدة القوة

قاعدة ضرب دالة
القوة في عدد ثابت

قاعدة المجموع والفرق

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

تدرب وحل المسائل

$$F(x) = \frac{1}{6}x^6 + c \quad f(x) = x^5 \quad (1)$$

$$F(z) = \frac{3}{4}z^{\frac{4}{3}} + c \quad f(z) = \sqrt[3]{z} \quad (2)$$

$$Q(r) = \frac{15}{28}r^{\frac{7}{5}} + \frac{15}{32}r^{\frac{4}{3}} + \frac{2}{3}r^{\frac{3}{2}} + c \quad q(r) = \frac{5}{4}r^{\frac{2}{5}} + \frac{5}{8}r^{\frac{1}{3}} + r^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$W(u) = \frac{1}{9}u^6 + \frac{1}{24}u^4 + \frac{1}{5}u^2 + c \quad w(u) = \frac{2}{3}u^5 + \frac{1}{6}u^3 - \frac{2}{5}u \quad (4)$$

$$u(d) = \frac{12}{d^5} + \frac{5}{d^3} - 6d^2 + 3.5 \quad (5)$$

$$U(d) = -\frac{3}{d^4} - \frac{5}{2d^2} - 2d^3 + 3.5d + c$$



منصة المنهج التعليمية

(7) سقوط حر: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. افترض أن

القلم قد استغرق 2s حتى الوصول إلى سطح الأرض. (مثال 3)

(a) أوجد دالة الموقع $s(t) = \int -32t dt$.

$$s(t) = -16t^2 + c$$

(b) احسب قيمة C عندما $t = 2s$ ، $s(t) = 0$.

$$s(t) = -16t^2 + 64$$

(c) ما ارتفاع القلم عن سطح الأرض بعد 1.5s من سقوطه؟

$$28ft$$

احسب كل تكامل مما يأتي:

$$3m^3 + 3m^4 + c \quad \int (6m + 12m^3) dm \quad (8)$$

$$127.5 \quad \int_1^4 2x^3 dx \quad (9)$$

$$46.5 \quad \int_2^5 (a^2 - a + 6) da \quad (10)$$

almanahj.com/sa

$$7.99 \quad \int_1^3 \left(\frac{1}{2}h^2 + \frac{2}{3}h^3 - \frac{1}{5}h^4 \right) dh \quad (11)$$

$$\int (3.4t^4 - 1.2t^3 + 2.3t - 5.7) dt \quad (12)$$

$$0.685t^5 - 0.3t^4 + 1.15t^2 - 5.7t + c$$

$$2w^{7.1} - 3w^{6.7} + 4w^{3.3} + 3w + c \quad \int (14.2w^{6.1} - 20.1w^{5.7} + 13.2w^{2.3} + 3) dw \quad (13)$$

(14) **حشرات:** تُعطى سرعة قفز حشرة بـ $v(t) = -32t + 34$ ، حيث

t الزمن بالثواني، و $v(t)$ السرعة المتجهة بالأقدام لكل ثانية.

(a) أوجد دالة الموقع $s(t)$ للحشرة، ثم احسب قيمة الثابت C بفرض أنه عندما $t = 0$ ، فإن $s(t) = 0$.

$$s(t) = -16t^2 + 34t$$

(b) أوجد الزمن من لحظة قفز الحشرة حتى هبوطها على سطح الأرض؟

$$2.125s$$



(15) **هندسة:** صمّم مهندس مدخل بناية على شكل قوس يمكن وصفه

بـ $y = -\frac{x^2}{157.5} + 4x$ ، حيث x بالأقدام. احسب مساحة المنطقة

تحت القوس. (مثال 6) **$264600ft^2$**

احسب كل تكامل مما يأتي:

27 $\int_{-1}^2 (-x^2 + 10) dx$ (17) **12** $\int_{-3}^1 3 dx$ (16)

$\int_{-1}^1 (x^4 - 2x^3 - 4x + 8) dx$ (19)

16.4

$\int_{-2}^{-1} \left(\frac{x^5}{2} + \frac{5x^4}{4} \right) dx$ (18)

2.5

28.5 $\int_{-6}^{-3} (-x^2 - 9x - 10) dx$ (20)

(21) **مقذوفات:** تُعطى سرعة مقذوف بـ $v(t) = -32t + 120$ ، حيث

$v(t)$ السرعة المتجهة بالأقدام لكل ثانية بعد t ثانية ، ويبلغ ارتفاعه 228 ft بعد 3 s .

(a) أوجد أقصى ارتفاع يصله المقذوف .

almanahj.com/sa
237ft

(b) أوجد سرعة المقذوف عندما يصل إلى سطح الأرض .

-123.16 ft/s

قدّر كل نهاية مما يأتي:

8 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x + 4} - 8$ (1)

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 + 5x^2 - 2x + 21$ (4)

∞

$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{6}{x - 7}$ (3)

غير موجودة



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

(5) **إلكترونيات:** يُعطى متوسط تكلفة إنتاج جهاز إلكتروني بالريال

$$C(x) = \frac{100x + 7105}{x}$$

عند إنتاج x جهاز بالدالة

(a) احسب نهاية الدالة عندما تقترب x من المالانهاية.

almanahj.com/sa

(b) فسّر الناتج في الفرع a.

إجابة ممكنة : رغم تقلب متوسط تكلفة الجهاز الإلكتروني ، إلا أن متوسط التكلفة سيقترّب من 100 ريال لكل جهاز .



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكناً، وإلا
فاذكر السبب:

$$\lim_{x \rightarrow 9} (2x^3 - 12x + 3) \quad (7)$$

1353

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2}{\sqrt{x-4} - 2} \quad (6)$$

-25

(8) **نادٍ رياضي**: تُمثل الدالة $S(t) = \frac{2000t^2 + 4}{1 + 10t^2}$ عدد المشتركين في

نادٍ رياضي بعد t يوم من افتتاحه.

(a) ما عدد المشتركين في البداية؟ **4**

(b) ما أكبر عدد ممكن لمشتركي النادي؟ **200**



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

احسب كل نهاية مما يأتي (إن وجدت):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3 - 8x^2 - 5) \quad (10)$$

∞

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 7x + 2) \quad (9)$$

∞

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{25 + x} - 4}{x} \quad (12)$$

0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x - 1}{-x^4 + 7x^3 + 4} \quad (11)$$

0

almanahj.com/sa

(13) اختيار من متعدد: ما قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+3} - \frac{1}{3}}{x}$ ؟

$\frac{1}{9}$ **C**

$-\frac{1}{9}$ **A**

0 **B**

D غير موجودة



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

أوجد ميل مماس منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند النقاط المعطاة:

$$y = x^2 + 2x - 8, (-5, 7), (-2, -8) \quad (14)$$

-8, -2

$$y = \frac{4}{x^3} + 2, (-1, -2), \left(2, \frac{5}{2}\right) \quad (15)$$

-12, -\frac{3}{4}

$$y = (2x + 1)^2, (-3, 25), (0, 1) \quad (16)$$

-20, 4



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

أوجد السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ لجسم يُعطى موقعه عند أي زمن t بالدالة $h(t)$ في كل مما يأتي:

$$v(t) = 9 + 6t \quad h(t) = 9t + 3t^2 \quad (17)$$

$$v(t) = 20t - 21t^2 \quad h(t) = 10t^2 - 7t^3 \quad (18)$$

$$v(t) = 9t^2 + 4 \quad h(t) = 3t^3 - 2 + 4t \quad (19)$$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$f'(x) = -3 \quad f(x) = -3x - 7 \quad (20)$$

$$b'(c) = \frac{2}{\sqrt{c}} - \frac{16}{3c^{\frac{1}{3}}} + \frac{4}{c^{\frac{5}{5}}} \quad b(c) = 4c^{\frac{1}{2}} - 8c^{\frac{2}{3}} + 5c^{\frac{4}{5}} \quad (21)$$



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x ، والمعطاة بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

10.5 وحدات مربعة تقريبا $\int_1^4 (x^2 - 3x + 4) dx$ (26)

65050 وحدة مربعة تقريبا $\int_3^8 10x^4 dx$ (27)

156 وحدة مربعة تقريبا $\int_2^5 (7 + 2x + 4x^2) dx$ (28)

احسب كل تكامل مما يأتي:

$\frac{4}{5}x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + c$ $\int (5x^3 - 6x^2 + 4x - 3) dx$ (31)

45 $\int_1^4 (x^2 + 4x - 2) dx$ (32)



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق