تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

موقع المناهج

المنهاج السعودي

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://www.almanahj.com/sa

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني المتوسط اضغط هنا

https://almanahj.com/sa/8

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني المتوسط في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/sa/8math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني المتوسط في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://www.almanahj.com/sa/8math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني المتوسط اضغط هنا

https://www.almanahj.com/sa/grade8

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

https://t.me/sacourse

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل العاشر: الاحتمالات

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

العبيكان Obeikan

Mc Graw Hill Education

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار

وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ١٠-١ عدّ النواتج

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

التدريبات الإثرائيّة ٨

الدرس ١٠-٢ احتمال الحوادث المركّبة

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حلّ المسألة ١٠

التدريبات الإثرائيّة ١١

الدرس ١٠-٣ الاحتمال النظريّ و الاحتمال التجريبيّ

تدريبات إعادة التعليم ١٢

تدريبات حلّ المسألة ١٣

التدريبات الإثرائيّة ١٤

الدرس ١٠-٤ استراتيجيّة حلّ المسألة (تمثيل المسألة)

تدريبات إعادة التعليم ١٥

تدريبات حلّ المسألة ١٦

الدرس ١٠-٥ استعمال المعاينة في التنبّؤ

تدريبات إعادة التعليم ١٧

تدريبات حلّ المسألة ١٨

التدريبات الإثرائيّة ١٩

ملحق الإجابات ٢٠-٢٧

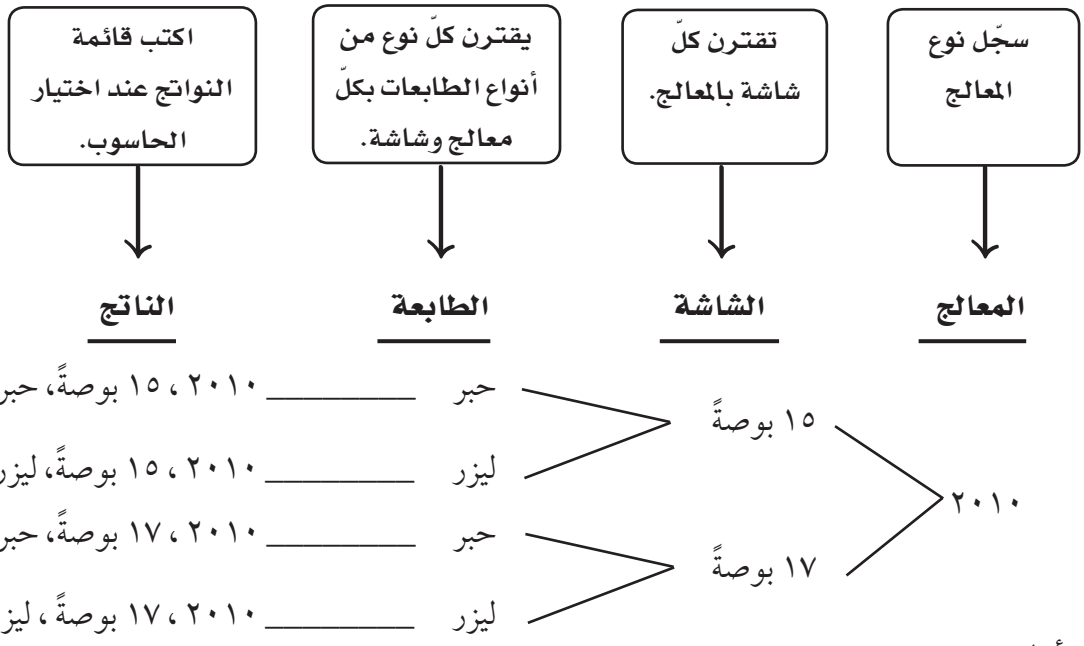
الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ تدريبات إعادة التعليم

عد النواتج

يُطلق على مجموعة النواتج الممكنة **فضاء العيّنة**، الذي يساعد على إيجاد العدد الكليّ لنواتج حادثة ما.

مثال ١ **حواسيب: يعرض متجر إلكترونيات حواسيب ذات معالج ٢٠١٠ مع قياسين من الشاشات (١٥ بوصةً و١٧ بوصةً) ونوعين من الطابعات (حبر وليزر). استعمل الرسم الشجريّ لتحديد عدد الأنظمة الحاسوبيّة المختلفة المتوفّرة في المتجر.**



هناك ٤ أنظمة حاسوبية متوافرة.

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة أ هي س، وللحادثة ب هي ص، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة أ متبوعة بالحادثة ب هي س × ص. وتُسمَّى هذه الطريقة (**مبدأ العدّ الأساسيّ**).

مثال ٢ **أقفال: يتكوّن مفتاح قفل من ثلاثة أعداد كلّ عدد منها من ٠ – ٣٩. ما عدد الرموز الممكنة للرقم السريّ للقفل؟** مستعملًا مبدأ العد الأساسي ٤٠ × ٤٠ × ٤٠ = ٦٤٠٠٠

هناك ٦٤٠٠٠ رمزٍ ممكنٍ للرقم السريّ للقفل.

تمارين

١ تحتوي وجبة غداء على شطيرة لحم أو دجاج أو جبن مع تفاحة أو موزة أو برتقالة أو كمثرى، وقد أُعدّت وجبات يتكوَّن كل منها من شطيرة ونوع واحد من الفاكهة. استعمل الرسم الشجري لتحديد عدد النواتج الممكنة.

استعمل مبدأ العدّ لإيجاد عدد النواتج الممكنة.

٢ رُمي مكعّب أرقام مرّتين.

٣ إلقاء ستّ قطع نقديّة.

الاسم: ..... التاريخ : .....

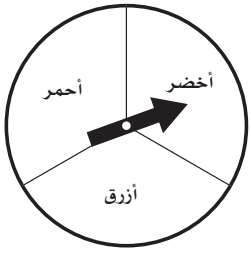
تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ١ عدّ النواتج

١ **مطاعم:** تتكوّن وجبة الغداء في أحد المطاعم من: طبق حساء العدس أو الخضراوات، وطبق رئيس من الدجاج أو اللحم، وطبق حلويّات أو كنافة، ويختار الزبون صنفًا واحدًا من كلّ طبق. استعمل الرسم الشجريّ على ورقة جانبيّة لإيجاد عدد النواتج الممكنة.	٢ **ألعاب:** يملك وليد سيارتين: سوداء و بيضاء، ويملك سعيد ٤ سيارات: سوداء وبيضاء وحمراء وزرقاء، فإذا اختار كلٌّ واحد منهما سيارةً بطريقة عشوائيّة فما عدد طرائق اختيار سيارة لكلٍّ منهما؟
٣ **مرطبات:** يُنتج أحد المصانع مرطبات مثلّجةً بنكهات: الفراولة أو الموز أو المانجا، مع قطع من الفواكه أو الفستق أو البسكويت. فكم نوعًا من المثلجات ينتج المصنع؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.	٤ **ألعاب:** تتكوّن لعبة من أربعة صناديق، في كلّ صندوق منها عشر كرات مرقّمة من (٠ – ٩)، فإذا سُحبت كرة واحدة من كلِّ صندوق، فكم ترتيبًا من ٤ أرقام يمكنك تكوينه؟

استعمل البيانات الآتية لحل كلٍّ من المسألتين ٥ ، ٦.

ألعاب: يُدوَّر مؤشرا القرصين المجاورين مرَّةً واحدةً لتحديد كيفية تحرّك قطعة كلّ لاعب في إحدى لوحات الألعاب.



(١)

(٢)

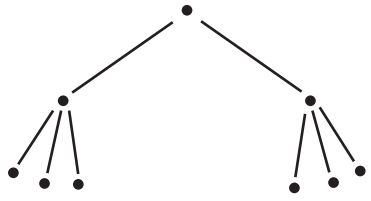
٥ يحتاج ماجد إلى اللونين الأحمر والأزرق؛ ليصل إلى المربّع الأخير ويفوز باللعبة . فما احتمال فوز ماجد؟ وضِّح كيف توصّلت إلى الإجابة؟	٦ يصل مروان إلى موقع "لعبة إضافية" إذا توقف مؤشّر أحد القرصين عند اللون الأخضر أو الأبيض. فما احتمال حصوله على لعبة إضافيّة؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ التدريبات الإثرائيّة

أشكال توضيحيّة

تنتقل الإشاعات سريعًا. ولنفترض أن أحدًا ما أخبر صديقين له بقصّة معيّنة، ثمَّ أخبر كلّ واحد من الصديقين ثلاثة أصدقاء آخرين بها، فكم شخصًا أُخبِر بالقصّة؟



يفيد استعمال الأشكال في حلِّ هذه المسائل.

يُمكنك أن ترمز إلى راوي القصّة الأصليّ بنقطة، وبما أنّه قام بإخبار شخصين آخرين، فإننا نضيف نقطتين جديدتين، وبما أنَّ هذين الشخصين قد أخبركلّ منهما ثلاثة أشخاص آخرين، فإننا نضيف ست نقاط جديدة، والشكل المجاور يوضِّح وجود ثمانية أشخاص قد أُخبروا بالقصّة.

ارسم شكلًا لكلِّ مسألة مما يأتي ثمَّ حلَّها:

١ أراد مدرب الكرة تغيير وقت التدريب، فأخبر اثنين من اللاعبين بالموعد الجديد، وأبلغ كلُّ لاعب منهما ثلاثة لاعبين آخرين، ثمَّ أبلغ كلُّ لاعب من اللاعبين الثلاثة أربعة لاعبين آخرين، فكم لاعبًا أُخبر بالموعد الجديد؟

٢ خلال بحثه في الإنترنت وجد "سامر" موضوعًا حول طريقة الدراسة الفعالة، فقام بإرساله إلى ثلاثة من أصدقائه باستعمال البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى ثلاثة أصدقاء جدد. ما عدد الأشخاص الذين أُرسل إليهم الموضوع باستعمال البريد الإلكتروني؟

٣ تقف إحدى الحشرات داخل بئر على عمق ١٥ قدمًا، فإذا كانت تصعد متسلّقةً كل يوم في النهار ثلاثة أقدام باتّجاه أعلى البئر، وتنزلق ليلًا قدمًا واحدةً إلى الأسفل، فما عدد الأيام التي تحتاج إليها للخروج من البئر بناءً على هذا المعدل من الحركة؟ (فكِّر قبل الإجابة!).

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

١٠ - ٢
احتمال الحوادث المركّبة

نجد احتمال حادثتين مستقلّتين بضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية.

مثال ١ **إذا ألقي مكعّبا أرقام، أحدهما أحمر والآخر أزرق، فما احتمال أن يكون الناتج على المكعب الأحمر عددًا فرديًّا والناتج على المكعب الأزرق ٥؟**

ح (المكعّب الأحمر فردي) = $\frac{١}{٢}$

ح (المكعّب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٦}$

ح(المكعّب الأحمر فردي والمكعب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٢}$

احتمال الحادثتين معًا = $\frac{١}{١٢}$

إذا كانت الحادثتان أ و ب غير مستقلتيّن، فإن احتمال حدوثهما معًا هو حاصل ضرب احتمال الحادثة أ في احتمال الحادثة ب بعد حصول الحادثة أ.

مثال ٢ **يوجد في درج ٦ جوارب سوداء و ٤ جوارب بيضاء، فإذا سُحِب أحد الجوارب عشوائيًّا ثم سُحب جورب آخر، فما احتمال أن يكون الجوربان أسودين ؟**

ح (الجورب الأول أسود) = $\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ ٦ عدد الجوارب السوداء، ١٠ عدد الجوارب الكليّ.

ح (الجورب الثاني أسود) = $\frac{٥}{٩}$ ٥ عدد الجوارب السوداء بعد سحب الجورب الأسود الأول.

ح (الجوربان أسودان) = $\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٩} = \frac{١}{٣}$ ٩ عدد الجوارب الكلي بعد سحب الجورب الأسود الأول .

ح(الجوربان أسودان) = $\frac{١}{٣}$

تمارين

سحبت بطاقة من عشر بطاقات مرقّمة من (١ – ١٠) ثم أُلقي مكعّب أرقام. أوجد احتمال كل ممّا يأتي:

١ ح (١٠ و ٣)

٢ ح (عددان فرديّان)

٣ ح (عددان أوّليان).

٤ ح (٩ وعدد زوجيّ)

٥ ح (عددان كلّ منهما أقل من ٤).

٦ ح (العددان أكبر من ٥)

تحتوي علبة على ٤ أقلام حمراء و ٦ خضراء و٥ صفراء، فإذا سحب قلم عشوائيًّا دون إرجاعه، ثم سحب قلم آخر، فأوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

٧ ح (أحمر ثم أصفر)

٨ ح (أخضر ثم أخضر)

٩ ح(أخضر ثم أصفر)

١٠ ح (أحمر ثم أخضر)

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ٢

احتمال الحوادث المركبة

١ **ألعاب:** تحتوي إحدى الألعاب على ١٢ قطعةً حمراء و١٢ قطعةً سوداء في صندوق، فما احتمال أن يسحب سليم عشوائيًّا قطعتين بلون أحمر واحدة تلو الأخرى دون إرجاع؟	٢ **ألعاب:** ما احتمال أن تكون القطعتان المسحوبتان: حمراء ثم سوداء؟ وضِّح إجابتك.

استعمل البيانات الآتية لحلِّ المسائل (٣– ٥):

شطرنج: وضع وائل قطع الشطرنج السوداء والبيضاء في صندوقين منفصلين، على أن يحتوي كلّ صندوق منهما على ٨ جنود، وقلعتين، وفيلين، وحصانين، ووزير، وملك.

٣ هل تُعَدّ عملية سحب حصان من صندوق القطع البيضاء، وسحب جندي من صندوق القطع السوداء حادثتين مستقلّتين أم غير مستقلّتين؟ وضِّح إجابتك، ثمّ أوجد احتمال الحادثة المركّبة.	٤ هل تُعد عملية سحب فيل من صندوق القطع البيضاء، وسحب وزير من الصندوق نفسه حادثتين مستقلّتين أم لا؟ وضِّح إجابتك، ثم أوجد احتمال الحادثة المركّبة.
٥ أوجد احتمال سحب جندي ثم حصان ثم جندي آخر من صندوق القطع البيضاء.	٦ **كرة قدم:** يحرز عبد الله هدفين تقريبًا من كلّ ٥ ضربات يسدّدها باتّجاه المرمى في دوري كرة القدم، فما احتمال أن يحرز هدفين من ضربتين سدَّدهما باتّجاه المرمى؟

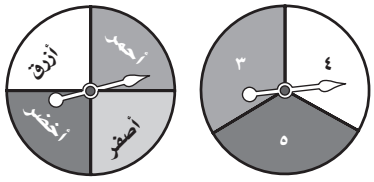
الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

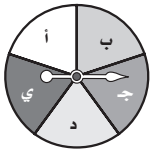
١٠ - ٢

الحوادث المستقلة

احتمال الحادثتين المستقلّتين هو حاصل ضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية، وباستعمال القرصين المجاورين فإنَّ احتمال الحصول على لون أحمر عند تدوير مؤشر القرص الأوّل وعلى عدد زوجيّ عند تدوير مؤشر القرص الثاني هو: $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{١٢}$.



تتكون المجموعة أدناه من قطعة نقديّة بوجهين (شعار وكتابة)،
ومكعّب الأرقام (١ – ٦)، وقرص دوّار بالأحرف: أ، ب، جـ، د، ي،
ومكعب الأرقام (٧– ١٢). ضع أمام كلّ احتمال رقم الحادثة الموافقة لذلك:



الحادثة		الاحتمال
١ قطعة النقد: كتابة. القرص: حرف علّة.	–	$\frac{٣}{١٠}$
٢ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد زوجيّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد فرديّ.	–	$\frac{١}{١٢}$
٣ القرص: ليس حرف علّة. قطعة النقد: شعار.	–	$\frac{١}{١٥}$
٤ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أوّليّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أوّلّي.	–	$\frac{١}{٦}$
٥ قطعة النقد: شعار أو كتابة. القرص: أ أو ب أو جـ.	–	$\frac{٣}{٥}$
٦ المكعّب ١–٦: من مضاعفات العدد ٢. المكعّب ٧ – ١٢ : من مضاعفات العدد ٥.	–	$\frac{١}{٤}$
٧ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أكبر من ٢. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أكبر من ٩.	–	$\frac{١}{٢٠}$
٨ القرص: حرف علّة. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد فردي. مكعب الأرقام (٧ – ١٢): عدد يقبل القسمة على ٤.	–	$\frac{١}{٥}$
٩ قطعة النقد: شعار. القرص: أ أو جـ أو ي. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أقل من ٢.	–	$\frac{١}{٣}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٣ - ١٠

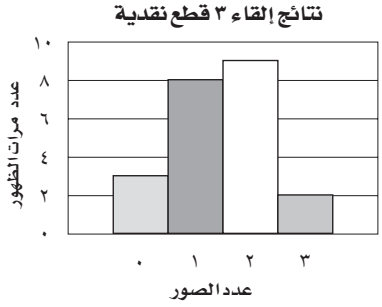
تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تُسمى الاحتمالات المبنية على نواتج يُحصل عليها نتيجة إجراء تجربة ما **الاحتمالات التجريبيّة**، أمّا الاحتمالات المبنيّة على حقائق وخصائص معروفة فتُسمَّى **الاحتمالات النظريّة**.

أمثلة

أجرى سليمان تجربة لإيجاد احتمال الحصول على: ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ صور عند إلقاء ثلاث قطع نقديّة ٢٢ مرة على الأرض. ويبيّن الجدول المجاور النتائج التي حصل عليها.



١ ما احتمال الحصول على ٣ صور في الرمية القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة في الشكل المجاور؟

أُلقيت القطع النقديّة ٢٢ مرّةً، وحصل سليمان على ٣ صور مرّتين. الاحتمال التجريبيّ هو $\frac{٢}{٢٢} = \frac{١}{١١}$

٢ كم مرّةً يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في ال ٥٥ رميةً القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة ؟

يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في $\frac{١}{١١} \times ٥٥ = ٥$ مرّات تقريبًا.

٣ ما الاحتمال النظريّ لظهور ٣ صور عند إلقاء القطع النقديّة؟

الاحتمال النظريّ $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٨}$ الاحتمال التجريبيّ والاحتمال النظري يبدوان متسقين تقريبًا.

تمارين

استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج تدوير مؤشر قرص ٥٠ مرّةً في حلّ الأسئلة١-٥.

اللون	عدد المرات
أخضر	١٨
أحمر	٢٤
أزرق	٨

١ ما احتمال أن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟

٢ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشّر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟

٣ ما الاحتمال النظريّ لأن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟

٤ بالاعتماد على الاحتمال النظريّ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟

٥ قارن بين الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ.

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ٣

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تسلية : استعمل نتائج الدراسة في الجدول المجاور، التي أُجريت على ١٢٠ طالبًا في الصف الثامن لحلِّ السؤالين (١ ، ٢):

مدّة اللعب بألعاب الفيديو أسبوعيًّا	
عدد الساعات	عدد الطلاب
٠	١٨
١ – ٣	٤٣
٤ – ٦	٣٥
أكثر من ٦	٢٤

١ اذكر طريقة إيجاد احتمال أن يلعب الطلاب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًّا، ثم أوجد قيمته.	٢ كم طالبًا تتوقّع أن يلعب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًّا من بين ٤٠٠ طالب ؟
٣ **عمرة**: يؤدّي ٦ أشخاص من بين ١٠٠ من سكان إحدى القرى العمرة كل عام ، فإذا كان عدد سكان القرية ١٥٠٠ شخصٍ، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يؤدّي العمرة هذا العام ؟	٤ **بذور:** لدى ناصر عبوة من بذور الطماطم المتبقّية منذ العام الماضي، زرع منها ٣٦ بذرةً فنبتت ٨ بذور، فما الاحتمال التجريبيّ لنمو بذرة زُرعت من هذه العبوة؟

رياضة : استعمل الجدول المجاور الذي يمثِّل نتائج دراسة أُجريت على ١٠٢ من الأشخاص لتحديد رياضتهم المفضّلة لحلِّ السؤالين ٥، ٦:

الرياضة المفضّلة	
الرياضة	العدد
كرة القدم	٤٢
كرة السلة	٢٧
سباق الخيول	٢١
سباق السيارات	١٢

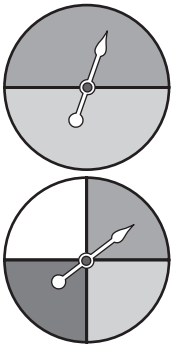
٥ ما احتمال أن يفضّل شخص ما كرة السلة؟ وهل هذا الاحتمال تجريبيّ أم نظريّ؟ وضِّح إجابتك.	٦ كم شخصًا تتوقّع أن يفضّل كرة السلة من بين ١٠٠٠٠ شخص؟ قرِّب الإجابة إلى أقرب شخص.

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

١٠ - ٣

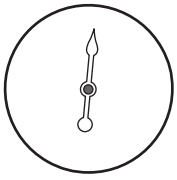
مناطق الاحتمال



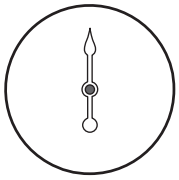
إذا قُسِّم قرص دائريّ إلى منطقتين متساويتين باستعمال أحد الأقطار؛ فإنَّ الاحتمال النظريّ لوقوف مؤشّر القرص على إحدى المنطقتين هو $\frac{١}{٢}$.

وإذا قُسِّم بقطر آخر متعامد مع القطر الأول فإنَّ المساحة تنقسم إلى أربع مناطق متساوية، واحتمال وقوف المؤشّر على إحدى هذه المناطق هو $\frac{١}{٤}$.

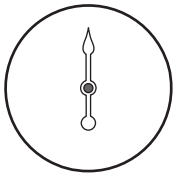
استعمل المسطرة والفرجار لتقسيم كّل شكل إلى المناطق المشار إليها في كلّ مسألة مما يأتي:



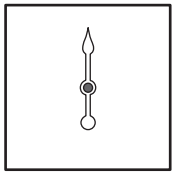
١ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال كّل منطقة = $\frac{١}{٣}$.



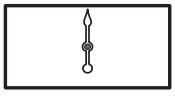
٢ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٢}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٤}$.



٣ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٤}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٨}$.



٤ قَسِّم المربع الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٨}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{٥}{٨}$.



٥ قَسِّم المستطيل الدوار المجاور إلى منطقتين على أن يكون احتمال كل منطقة = $\frac{١}{٢}$.

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

١٠ - ٤

استراتيجيّة حلّ المسألة : «تمثيل المسألة»

بتمثيل المسألة ستكون قادرًا على مشاهدة حلولها الممكنة كلها.

مثال عند سعيد أربع بلاطات مربّعة من الألوان: الأحمر، الأزرق، الأخضر، والأصفر، بكم طريقة يمكنه أن يرتّب البلاطات للحصول على مربّع أكبر؟

افهم هناك أربع بلاطات مربعة يمكنه ترتيبها للحصول على مربع أكبر، فبكم طريقة مختلفة يمكنه ترتيب هذه البلاطات للحصول على مربع أكبر؟

خطّط استعمل الأحرف لترمز إلى الألوان؛ ابدأ الترتيب بوضع المربع الأحمر على الزاوية العليا اليُمنى، ثم رتّب بقية المربّعات؛ أعد الخطوات مع الألوان الثلاثة الأخرى.

حلّ

ح ز	ح ز	ح خ	ح خ	ح ص	ح ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
خ ص	ص خ	ز ص	ص ز	زخ	خ ز	يكون المربّع الأحمر في الجهة العلوية اليمنى لها.
زخ	زح	زخ	زخ	ز ص	ز ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
خ ص	ص خ	ح ص	ص ح	ح خ	خ ح	يكون المربّع الأزرق في الجهة العلوية اليمنى لها.
خ ح	خ ح	خ ز	خ ز	خ ص	خ ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
ز ص	ص ز	ح ص	ص ح	ح ز	زح	يكون المربّع الأخضر في الجهة العلوية اليمنى لها.
ص ح	ص ح	ص ز	ص ز	ص خ	ص خ	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
زخ	خ ز	ح خ	خ ح	ح ز	زح	يكون المربّع الأصفر في الجهة العلويّة اليمنى لها.

تحقق يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأحمر في الجهة العلويّة اليمنى لها، لذا هناك ٦ مجموعات لكلّ لون من الألوان الأخرى، ٤ × ٦ = ٢٤ ، إذن يوجد ٢٤ طريقةً يستطيع بها سعيد ترتيب المربّعات.

تمارين

استعمل استراتيجيّة تمثيل المسألة لحلّ الأسئلة ١، ٢

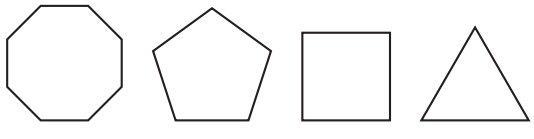
١ **هندسة :** كم زوجًا مختلفًا من المضلعات المنتظمة يمكنك تكوينها باستعمال ١٦ عودًا، على أن يُستعمل عود واحد لكل جهة ومستعملًا العيدان جميعها ؟

٢ **نقود :** اشترت ندى كتابًا علميًا بـ ٢٥ ريالًا، بكم طريقة تستطيع أن تدفع ثمنه مستعملة أوراقًا نقدية من الفئات: ريال، ٥ ريالات و ١٠ ريالات؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٤ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة : تمثيل المسألة

١ **صور:** عند مهند ستّ صور فوتوغرافية لأصدقائه، مرتبة أفقيًّا في ألبوم الصور. بكم طريقة يمكنه ترتيب الصور على أن يبقى موقع الصورتين في الوسط ثابتًا لا يتغيّر؟	٢ **كرة سلة :** يشترك أمجد وفهد ووليد وبلال وخالد في فريق كرة السلّة المدرسيّ، فإذا كان أمجد يلعب في مركز الدفاع دائمًا، وفهد في الجناح الأيمن، فبكم طريقة يمكن للمدرّب أن يوزّع وليدًا وبلالًا وخالدًا في مراكز الجناح الأيسر والمقدمة والمؤخرة؟
٣ **نقود :** أرادت سهام شراء علبة حلوى بـ ٥٥ ريالًا. ما عدد الطرائق لدفع ثمن علبة الحلوى مستعملة الأوراق من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات؟	٤ **أعمار:** سناء أكبر من عبير، وعبير أكبر من العنود التي هي بدورها أكبر من خولة، وخولة أكبر من نجوى التي هي أكبر من سعاد، فبكم طريقة يمكن وقوف الفتيات في خط مستقيم على أن تكون الصغرى في الأمام والكبرى في الخلف دائمًا؟
٥ **هندسة :** ما عدد الطرائق لتكوين مجموعات من أربعة مضلّعات مختلفة باستعمال ٢٠ عودًا خشبيًّا على أن لا يبقى أي عود منها ؟ إحدى المجموعات مبيّنة أدناه. 	٦ **نقود :** أراد رائد شراء دفاتر بمبلغ ٨٠ ريالًا، فبكم طريقة يمكنه دفع ثمنها مستعملًا أوراقًا من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات ؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

١٠ - ٥ استعمال المعاينة في التنبّؤ

تستعمل الدراسة الصادقة طريقة العيّنات غير المتحيزة. وعند اعتماد هذا الأسلوب في الدراسة، فإنه يمكنك استعمال النتائج في التنبؤ حول مجتمع الدراسة، وتعطي **العينة غير المتحيزة** نتائج صادقةً في تمثيلها للمجتمع بدقة، أما عند اختيار **العينة المتحيزة**، فإنه يفضل بعض أقسام المجتمع على سائر الأقسام.

أمثلة **صِف كلّ عينة ممّا يأتي:**

١ لتحديد "طبق الغداء المفضّل" سُئِل كلّ خامس زبون يدخل المطعم.
بما أنّ الأشخاص اختيروا باتباع نمط محدد، فهذه عينة عشوائيّة منتظمة، وهي عيّنة غير متحيزة.

٢ استطلاع آراء مجموعة من المشجعين في ملعب كرة قدم؛ لمعرفة رياضتهم المفضلة.
عينة متحيزة؛ لأن المجموعة التي تم استطلاع رأيها يفضلون كرة القدم غالبًا. وهي عينة ملائمة؛ لأن الأشخاص جميعهم اختيروا من مكان واحد.

أمثلة **أجرى طلاب الصف الثاني المتوسط دراسةً على ٥٠ طالبًا، اختيروا عشوائيًّا وسألوهم عن نوع الكعك المفضّل لديهم، والجدول المجاور يظهر هذه النتائج.**

النوع	العدد
كعك الشوفان	١٥
كعك الزبدة	١١
كعك الشوكولاتة	١٦
كعك مُحلّى	٨

٣ ما نسبة الطلاب الذين يفضّلون الكعك بالشوكولاتة؟
١٦ من ٥٠ طالبًا يفضّلون الكعك بالشوكولاتة.
١٦ ÷ ٥٠ = ٠,٣٢ أي أن ٣٢٪ من الطلاب يفضلون الكعك بالشوكولاتة.

٤ إذا طلب الطلاب ٥٠٠ صندوق من الكعك، فكم صندوقًا يتعيَّن أن يكون بالشوكولاتة؟
أوجد ٣٢٪ من ٥٠٠.
٠,٣٢ × ٥٠٠ = ١٦٠ إذن يتعين أن يُطلب ١٦٠ صندوقًا من كعك الشوكولاتة.

تمارين

صِف كلّ عينة ممّا يأتي:

١ لتحديد ما إذا كانت الطماطم في خمسة صناديق غير فاسدة، فحص مدير المطعم ٣ حبات من الطماطم من الصندوق العلويّ.

أظهرت دراسة إحصائيّة عشوائية على طلاب الصف الثاني المتوسط أن ٧ طلاب يفضّلون فطائر اللحم، و٥ طلاب يفضّلون فطائر الدجاج، و٣ طلاب يفضِّلون فطائر السجق . استعمل ذلك في حل السؤالين ٢،٣:

٢ ما نسبة الطلاب الذين يفضلون فطائر السجق؟

٣ إذا اشترك ١٢٠ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط في رحلة ،فما عدد فطائر السجق التي ينبغي طلبها؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ٥

استعمال المعاينة في التنبؤ

مبيعات: استعمل نتائج الدراسة الموضّحة في الجدول المجاورِ لحلِّ السؤالين ١، ٢:

أجرى مقصف المدرسة دراسة على ٧٥ طالبًا اختيروا عشوائيًّا لمعرفة مذاق البسكويت المفضل لدى الطلاب.

المذاق	العدد
الزبدة	٣٣
الجبن	١٥
الكراميل	٢٧

١ ما النسبة المئويّة للطلاب الذين يفضّلون البسكويت بالكراميل؟	٢ طلب المقصف ٤٠٠ صندوق من البسكويت، فما عدد صناديق البسكويت بمذاق الكراميل الذي يتعيّن عليه طلبها؟ اشرح كيف توصّلت إلى الإجابة.

مطعم: استعمل المعلومات الآتية لحلِّ السؤالين ٣، ٤: أُجريت دراسة على ٢٠ شخصًا اختيروا عشوائيًّا في أثناء مغادرتهم المطعم، فذكر ثمانية أشخاص أنَّهم يطلبون الحلوى بعد تناول الغداء.

٣ ما النسبة المئوية للأشخاص الذين ذكروا أنهم يطلبون الحلوى إذا تناولوا الطعام في المطعم؟	٤ إذا تناول ١٣٠ شخصًا الغداء في المطعم، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يطلب حلوى بعد الغداء؟

سيارات: استعمل الجدول المجاور الذي يبيِّن نوع السيارة التي يرغب ٥٠ شخصًا في شرائها السنة القادمة لحلِّ السؤالين ٥، ٦

نوع السيارة	العدد
رياضية	١١
صغيرة	٨
دفع رباعي	١٩
حافلة	٩
أخرى	٣

٥ ما النسبة المئويّة للأشخاص الذين ينوون شراء سيارات رياضيّة في العام القادم؟	٦ إذا كان أحد معارض السيارات ينوي طلب ١٢٠٠ سيارة لبيعها العام القادم، فما عدد السيارات الرياضيّة التي يتعيّن عليه أن يطلبها؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

١٠ - ٥

التنبؤات المبنية على الاحتمال

إذا كانت نتائج تجربة تدوير مؤشر القرص الدوّار ٢٠ مرّةً على النحو الآتي:

أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أحمر.

فإننا نستنتج من ذلك وجود ١١ نتيجةً حمراء و٩ زرقاء، وإذا افترضنا أنَّ النتيجة قريبة إلى الاحتمال النظري لتدوير مؤشر القرص فنتوقع أنَّ نصف القرص أحمر، ونصفه الآخر أزرق، ويكون على صورة الشكل المجاور.

استعمل نتائج كلّ تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص أو مكعّب الأرقام المستعمل في التجربة، وافترض أنَّ النتائج كلّها قريبة إلى الاحتمال النظريّ لكلٍّ من القرص ومكعّب الأرقام.

١ تدوير مؤشر القرص الدوّار ١٠٠ مرة.

النتائج	التكرار	وصف القرص
أحمر	٤٨ مرّةً	
أصفر	٢٤ مرّةً	
أخضر	٢٨ مرّةً	

٢ إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرةً.

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
١	٢٢ مرّةً	
٢	١٨ مرّةً	
٣	٢٠ مرّةً	

٣ تدوير مؤشر القرص الدوّار ٨٠ مرةً.

النتائج	التكرار	وصف القرص
برتقاليّ	٢٣ مرّةً	

٤ إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرّةً.

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
٢	١٨ مرّةً	
٤	١١ مرّةً	
٦	٩ مرّات	

ملحق الإجابات

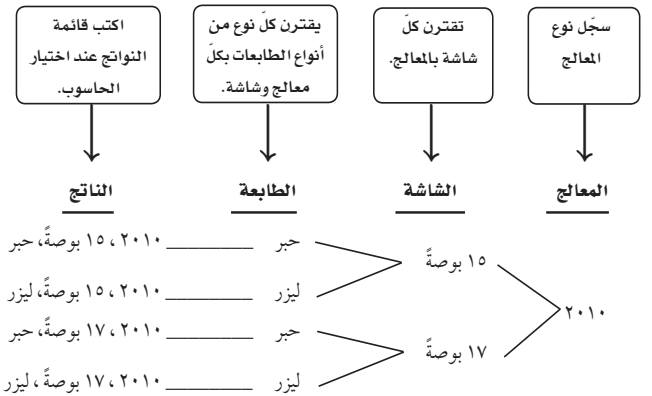
الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ تدريبات إعادة التعليم

عد النواتج

يُطلق على مجموعة النواتج الممكنة **فضاء العيّنة**، الذي يساعد على إيجاد العدد الكليّ لنواتج حادثة ما.

مثال ١ **حواسيب: يعرض متجر إلكترونيات حواسيب ذات معالج ٢٠١٠ مع قياسين من الشاشات (١٥ بوصةً و١٧ بوصةً) ونوعين من الطابعات (حبر وليزر). استعمل الرسم الشجريّ لتحديد عدد الأنظمة الحاسوبيّة المختلفة المتوفّرة في المتجر.**



هناك ٤ أنظمة حاسوبية متوافرة.

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة أ هي س، وللحادثة ب هي ص، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة أ متبوعة بالحادثة ب هي س × ص. وتُسمَّى هذه الطريقة (**مبدأ العدّ الأساسيّ**).

مثال ٢ **أقفال: يتكوّن مفتاح قفل من ثلاثة أعداد كلّ عدد منها من ٠ – ٣٩. ما عدد الرموز الممكنة للرقم السريّ للقفل؟** مستعملًا مبدأ العد الأساسي ٤٠ × ٤٠ × ٤٠ = ٦٤٠٠٠

هناك ٦٤٠٠٠ رمزٍ ممكنٍ للرقم السريّ للقفل.

تمارين

١ تحتوي وجبة غداء على شطيرة لحم أو دجاج أو جبن مع تفاحة أو موزة أو برتقالة أو كمثرى، وقد أُعدّت وجبات يتكوَّن كل منها من شطيرة ونوع واحد من الفاكهة. استعمل الرسم الشجري لتحديد عدد النواتج الممكنة. **انظر أعمال الطلاب: ١٢ ناتجًا.**

استعمل مبدأ العدّ لإيجاد عدد النواتج الممكنة.

٢ رُمي مكعّب أرقام مرّتين. **٣٦ ناتجًا**

٣ إلقاء ستّ قطع نقديّة. **٦٤ ناتجًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ تدريبات حلّ المسألة

عدّ النواتج

١ **مطاعم:** تتكوّن وجبة الغداء في أحد المطاعم من: طبق حساء العدس أو الخضراوات، وطبق رئيس من الدجاج أو اللحم، وطبق حلويّات أو كنافة، ويختار الزبون صنفًا واحدًا من كلّ طبق. استعمل الرسم الشجريّ على ورقة جانبيّة لإيجاد عدد النواتج الممكنة. **انظر اعمال الطلاب. ٨ نواتج**

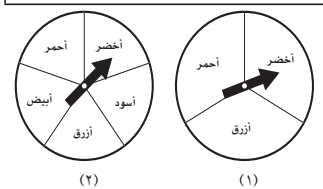
٢ **ألعاب:** يملك وليد سيارتين: سوداء و بيضاء، ويملك سعيد ٤ سيارات: سوداء وبيضاء وحمراء وزرقاء، فإذا اختار كلٌّ واحد منهما سيارةً بطريقة عشوائيّة فما عدد طرائق اختيار سيارة لكلٍّ منهما؟ **٨ طرائق**

٣ **مرطبات:** يُنتج أحد المصانع مرطبات مثلّجةً بنكهات: الفراولة أو الموز أو المانجا، مع قطع من الفواكه أو الفستق أو البسكويت. فكم نوعًا من المثلجات ينتج المصنع؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.
٩ أنواع؛ مستعملًا مبدأ العدّ الأساسيّ اضرب عدد النكهات (٣) في عدد أنواع الإضافات (٣).

٤ **ألعاب:** تتكوّن لعبة من أربعة صناديق، في كلّ صندوق منها عشر كرات مرقّمة من (٠ – ٩)، فإذا سُحبت كرة واحدة من كلّ صندوق، فكم ترتيبًا من ٤ أرقام يمكنك تكوينه؟ **١٠٠٠٠**

استعمل البيانات الآتية لحل كلٍّ من المسألتين ٥ ، ٦.

ألعاب: يُدوِّر مؤشرا القرصين المجاورين مرَّةً واحدةً لتحديد كيفية تحرّك قطعة كلّ لاعب في إحدى لوحات الألعاب.



(٢)

(١)

٥ يحتاج ماجد إلى اللونين الأحمر والأزرق؛ ليصل إلى المربّع الأخير ويفوز باللعبة . فما احتمال فوز ماجد؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة؟
$\frac{٢}{١٥}$؛ هنالك ٢ نواتج على القرص الأول و ٥ نواتج على القرص الثاني؛ إذن هنالك ٢ × ٥ أو ١٥ ناتجًا ممكنًا؛ ويوجد طريقتان للحصول على اللون الأحمر في أحد القرصين وعلى اللون الأزرق في القرص الآخر؛ إذن الاحتمال هو $\frac{٢}{١٥}$.

٦ يصل مروان إلى موقع "لعبة إضافية" إذا توقف مؤشّر أحد القرصين عند اللون الأخضر أو الأبيض. فما احتمال حصوله على لعبة إضافيّة؟ $\frac{٣}{٥}$

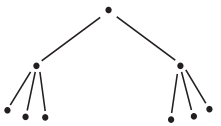
الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ التدريبات الإثرائيّة

أشكال توضيحيّة

تنتقل الإشاعات سريعًا. ولنفترض أن أحدًا ما أخبر صديقين له بقصّة معيّنة، ثمَّ أخبر كلّ واحد من الصديقين ثلاثة أصدقاء آخرين بها، فكم شخصًا أُخبِر بالقصّة؟

يفيد استعمال الأشكال في حلِّ هذه المسائل.



يُمكنك أن ترمز إلى راوي القصّة الأصليّ بنقطة، وبما أنّه قام بإخبار شخصين آخرين، فإننا نضيف نقطتين جديدتين، وبما أنَّ هذين الشخصين قد أخبركلّ منهما ثلاثة أشخاص آخرين، فإننا نضيف ست نقاط جديدة، والشكل المجاور يوضِّح وجود ثمانية أشخاص قد أُخبروا بالقصّة.

ارسم شكلًا لكلِّ مسألة مما يأتي ثمَّ حلَّها:

١ أراد مدرب الكرة تغيير وقت التدريب، فأخبر اثنين من اللاعبين بالموعد الجديد، وأبلغ كلُّ لاعب منهما ثلاثة لاعبين آخرين، ثمَّ أبلغ كلُّ لاعب من اللاعبين الثلاثة أربعة لاعبين آخرين، فكم لاعبًا أُخبر بالموعد الجديد؟

انظر إجابات الطلاب. ٣٢ لاعبًا

٢ خلال بحثه في الإنترنت وجد "سامر" موضوعًا حول طريقة الدراسة الفعالة، فقام بإرساله إلى ثلاثة من أصدقائه باستعمال البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى ثلاثة أصدقاء جدد. ما عدد الأشخاص الذين أُرسل إليهم الموضوع باستعمال البريد الإلكتروني؟

انظر إجابات الطلاب، ١٢

٣ تقف إحدى الحشرات داخل بئر على عمق ١٥ قدمًا، فإذا كانت تصعد متسلّقةً كل يوم في النهار ثلاثة أقدام باتّجاه أعلى البئر، وتنزلق ليلًا قدمًا واحدةً إلى الأسفل، فما عدد الأيام التي تحتاج إليها للخروج من البئر بناءً على هذا المعدل من الحركة؟ (فكِّر قبل الإجابة!). **انظر إجابات الطلاب، ٧ أيام**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

احتمال الحوادث المركّبة

نجد احتمال حادثتين مستقلّتين بضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية.

مثال ١ **إذا ألقي مكعّبا أرقام، أحدهما أحمر والآخر أزرق، فما احتمال أن يكون الناتج على المكعب الأحمر عددًا فرديًّا والناتج على المكعب الأزرق ٥؟**

ح (المكعّب الأحمر فردي) = $\frac{١}{٢}$

ح (المكعّب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٦}$

ح(المكعّب الأحمر فردي والمكعب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٢}$

احتمال الحادثتين معًا = $\frac{١}{١٢}$

إذا كانت الحادثتان أ و ب غير مستقلتيّن، فإن احتمال حدوثهما معًا هو حاصل ضرب احتمال الحادثة أ في احتمال الحادثة ب بعد حصول الحادثة أ.

مثال ٢ **يوجد في درج ٦ جوارب سوداء و ٤ جوارب بيضاء، فإذا سُحِب أحد الجوارب عشوائيًّا ثم سُحب جورب آخر، فما احتمال أن يكون الجوربان أسودين ؟**

ح (الجورب الأول أسود) = $\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ ٦ عدد الجوارب السوداء، ١٠ عدد الجوارب الكليّ.

ح (الجورب الثاني أسود) = $\frac{٥}{٩}$ ٥ عدد الجوارب السوداء بعد سحب الجورب الأسود الأول.

ح (الجوربان أسودان) = $\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٩} = \frac{١}{٣}$ ٩ عدد الجوارب الكلي بعد سحب الجورب الأسود الأول .

ح(الجوربان أسودان) = $\frac{١}{٣}$

تمارين

سحبت بطاقة من عشر بطاقات مرقّمة من (١ – ١٠) ثم أُلقي مكعّب أرقام. أوجد احتمال كل ممّا يأتي:

١ ح (١٠ و ٣) $\frac{١}{٦٠}$

٢ ح (عددان فرديّان) $\frac{١}{٤}$

٣ ح (عددان أوّليان). $\frac{١}{٥}$

٤ ح (٩ وعدد زوجيّ) $\frac{١}{٢٠}$

٥ ح (عددان كلّ منهما أقل من ٤). $\frac{٣}{٢٠}$

٦ ح (العددان أكبر من ٥) $\frac{١}{١٢}$

تحتوي علبة على ٤ أقلام حمراء و ٦ خضراء و٥ صفراء، فإذا سحب قلم عشوائيًّا دون إرجاعه، ثم سحب قلم آخر، فأوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

٧ ح (أحمر ثم أصفر) $\frac{٢}{٢١}$

٨ ح (أخضر ثم أخضر) $\frac{١}{٧}$

٩ ح(أخضر ثم أصفر) $\frac{١}{٧}$

١٠ ح (أحمر ثم أخضر) $\frac{٤}{٣٥}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ ـ ٢ تدريبات حلّ المسألة

احتمال الحوادث المركبة

١ **ألعاب:** تحتوي إحدى الألعاب على ١٢ قطعةً حمراء و١٢ قطعةً سوداء في صندوق، فما احتمال أن يسحب سليم عشوائيًّا قطعتين بلون أحمر واحدة تلو الأخرى دون إرجاع؟ $\frac{١١}{٤٦}$

٢ **ألعاب:** ما احتمال أن تكون القطعتان المسحوبتان: حمراء ثم سوداء؟ وضِّح إجابتك.
$\frac{٦}{٢٣}$؛ **في المرّة الأولى يوجد ١٢ قطعةً حمراء من مجموع ٢٤ ، وفي المرّة الثانية يوجد ١٢ قطعةً سوداء من مجموع ٢٣ . اضرب الاحتمالين $\frac{١٢}{٢٤}$ في $\frac{١٢}{٢٣}$**

استعمل البيانات الآتية لحلِّ المسائل (٣– ٥):

شطرنج: وضع وائل قطع الشطرنج السوداء والبيضاء في صندوقين منفصلين، على أن يحتوي كلّ صندوق منهما على ٨ جنود، وقلعتين، وفيلين، وحصانين، ووزير، وملك.

٣ هل تُعَدّ عملية سحب حصان من صندوق القطع البيضاء، وسحب جندي من صندوق القطع السوداء حادثتين مستقلّتين أم غير مستقلّتين؟ وضِّح إجابتك، ثمّ أوجد احتمال الحادثة المركّبة.
مستقلّتين؛ سحب قطعة من أحد الصندوقين لا يؤثّر في عدد القطع في الصندوق الآخر. $\frac{١}{١٦}$

٤ هل تُعد عملية سحب فيل من صندوق القطع البيضاء، وسحب وزير من الصندوق نفسه حادثتين مستقلّتين أم لا؟ وضِّح إجابتك، ثم أوجد احتمال الحادثة المركّبة.
غير مستقلّتين؛ عند سحب الفيل في المرة الأولى، فإن عدد القطع التي ستُسحب منها القطعة الثانية سوف يقلّ. $\frac{١}{١٢٠}$

٥ أوجد احتمال سحب جندي ثم حصان ثم جندي آخر من صندوق القطع البيضاء.
$\frac{١}{٣٠}$

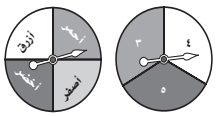
٦ **كرة قدم:** يحرز عبد الله هدفين تقريبًا من كلّ ٥ ضربات يسدّدها باتّجاه المرمى في دوري كرة القدم، فما احتمال أن يحرز هدفين من ضربتين سدَّدهما باتّجاه المرمى؟ $\frac{٤}{٢٥}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

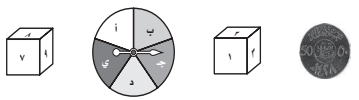
١٠ ـ ٢ التدريبات الإثرائية

الحوادث المستقلة

احتمال الحادثتين المستقلّتين هو حاصل ضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية، وباستعمال القرصين المجاورين فإنَّ احتمال الحصول على لون أحمر عند تدوير مؤشر القرص الأوّل وعلى عدد زوجيّ عند تدوير مؤشر القرص الثاني هو: $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{١٢}$.



تتكون المجموعة أدناه من قطعة نقديّة بوجهين (شعار وكتابة)،
ومكعّب الأرقام (١– ٦)، وقرص دوّار بالأحرف: أ، ب، جـ، د، ي،
ومكعب الأرقام (٧– ١٢). ضع أمام كلّ احتمال رقم الحادثة الموافقة لذلك:



الحادثة		الاحتمال
١ قطعة النقد: كتابة. القرص: حرف علّة.	٣	$\frac{٣}{١٠}$
٢ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد زوجيّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد فرديّ.	٦	$\frac{١}{١٢}$
٣ القرص: ليس حرف علّة. قطعة النقد: شعار.	٨	$\frac{١}{١٥}$
٤ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أوّليّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أوّلي.	٤	$\frac{١}{٦}$
٥ قطعة النقد: شعار أو كتابة. القرص: أ أو ب أو جـ.	٥	$\frac{٣}{٥}$
٦ المكعّب ١–٦: من مضاعفات العدد ٢. المكعّب ٧ – ١٢: من مضاعفات العدد ٥.	٢	$\frac{١}{٤}$
٧ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أكبر من ٢. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أكبر من ٩.	٩	$\frac{١}{٢٠}$
٨ القرص: حرف علّة. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد فردي. مكعب الأرقام (٧ – ١٢): عدد يقبل القسمة على ٤.	١	$\frac{١}{٥}$
٩ قطعة النقد: شعار. القرص: أ أو جـ أو ي. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أقل من ٢.	٧	$\frac{١}{٣}$

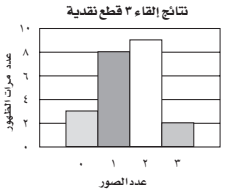
الاسم: ..... التاريخ : .....

٣ - ١٠ تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تُسمى الاحتمالات المبنية على نواتج يُحصل عليها نتيجة إجراء تجربة ما **الاحتمالات التجريبيّة**، أمّا الاحتمالات المبنيّة على حقائق وخصائص معروفة فتُسمَّى **الاحتمالات النظريّة**.

أمثلة **أجرى سليمان تجربة لإيجاد احتمال الحصول على: ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ صور عند إلقاء ثلاث قطع نقديّة ٢٢ مرة على الأرض. ويبيّن الجدول المجاور النتائج التي حصل عليها.**



١ ما احتمال الحصول على ٣ صور في الرمية القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة في الشكل المجاور؟

أُلقيت القطع النقديّة ٢٢ مرّة، وحصل سليمان على ٣ صور مرّتين. الاحتمال التجريبيّ هو $\frac{٢}{٢٢} = \frac{١}{١١}$

٢ كم مرّة يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في ال ٥٥ رمية القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة ؟

يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في $\frac{١}{١١} \times ٥٥ = ٥$ مرّات تقريبًا.

٣ ما الاحتمال النظريّ لظهور ٣ صور عند إلقاء القطع النقديّة؟

الاحتمال النظريّ $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٨}$ الاحتمال التجريبيّ والاحتمال النظري يبدوان متسقين تقريبًا.

تمارين

استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج تدوير مؤشر قرص ٥٠ مرّةً في حلّ الأسئلة١-٥.

اللون	عدد المرات
أخضر	١٨
أحمر	٢٤
أزرق	٨

١ ما احتمال أن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟ $\frac{٩}{٢٥}$

٢ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشّر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟ **١٠٨ مرّات تقريبًا**

٣ ما الاحتمال النظريّ لأن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟ $\frac{١}{٣}$

٤ بالاعتماد على الاحتمال النظريّ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟ **١٠٠ مرّة تقريبًا**

٥ قارن بين الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ. **الاحتمال النظريّ يساوي الاحتمال التجريبيّ تقريبًا.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٣ - ١٠ تدريبات حلّ المسألة

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تسلية: استعمل نتائج الدراسة في الجدول المجاور، التي أُجريت على ١٢٠ طالبًا في الصف الثامن لحلِّ السؤالين (١ ، ٢):

مدّة اللعب بألعاب الفيديو أسبوعيًا	
عدد الساعات	عدد الطلاب
٠	١٨
١ - ٣	٤٣
٤ - ٦	٣٥
أكثر من ٦	٢٤

١ اذكر طريقة إيجاد احتمال أن يلعب الطلاب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًا، ثم أوجد قيمته.
أجدُ النسبة بين عدد الطلاب الذين يلعبون ألعاب الفيديو أكثر من ٦ ساعات أسبوعيًا إلى عدد الطلاب الكليّ في الدراسة. $\frac{١}{٥}$

٢ كم طالبًا تتوقّع أن يلعب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًا من بين ٤٠٠ طالب ؟
٨٠ طالبًا تقريبًا

٣ **عمرة:** يؤدّي ٦ أشخاص من بين ١٠٠ من سكان إحدى القرى العمرة كل عام ، فإذا كان عدد سكان القرية ١٥٠٠ شخصٍ، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يؤدّي العمرة هذا العام ؟ **٩٠ شخصًا تقريبًا**

٤ **بذور:** لدى ناصر عبوة من بذور الطماطم المتبقّية منذ العام الماضي، زرع منها ٣٦ بذرةً فنبتت ٨ بذور، فما الاحتمال التجريبيّ لنمو بذرة زُرعت من هذه العبوة؟ $\frac{٢}{٩}$

رياضة: استعمل الجدول المجاور الذي يمثِّل نتائج دراسة أُجريت على ١٠٢ من الأشخاص لتحديد رياضتهم المفضّلة لحلِّ السؤالين ٥، ٦:

الرياضة المفضّلة	
الرياضة	العدد
كرة القدم	٤٢
كرة السلة	٢٧
سباق الخيول	٢١
سباق السيارات	١٢

٥ ما احتمال أن يفضّل شخص ما كرة السلة؟ وهل هذا الاحتمال تجريبيّ أم نظريّ؟ وضّح إجابتك.
$\frac{٩}{٣٤}$؛ تجريبيّ؛ يعتمد على عدد التكرارات التي حُصِلَ عليها في الدراسة.

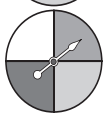
٦ كم شخصًا تتوقّع أن يفضّل كرة السلة من بين ١٠٠٠٠ شخص؟ قرِّب الإجابة إلى أقرب شخص.
٢٦٤٧ شخصًا تقريبًا

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ ـ ٣ التدريبات الإثرائية

مناطق الاحتمال

إذا قُسِّم قرص دائريّ إلى منطقتين متساويتين باستعمال أحد الأقطار؛ فإنَّ الاحتمال النظريّ لوقوف مؤشّر القرص على إحدى المنطقتين هو $\frac{١}{٢}$.

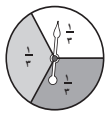


وإذا قُسِّم بقطر آخر متعامد مع القطر الأول فإنَّ المساحة تنقسم إلى أربع مناطق متساوية، واحتمال وقوف المؤشّر على إحدى هذه المناطق هو $\frac{١}{٤}$.

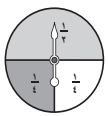
استعمل المسطرة والفرجار لتقسيم كّل شكل إلى المناطق المشار إليها في كلّ مسألة مما يأتي:

إجابة ممكنة:

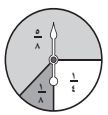
١ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال كّل منطقة = $\frac{١}{٣}$.



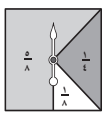
٢ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٢}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٤}$.



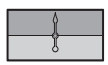
٣ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٤}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٨}$.



٤ قَسِّم المربع الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٨}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{٥}{٨}$.



٥ قَسِّم المستطيل الدوار المجاور إلى منطقتين على أن يكون احتمال كل منطقة = $\frac{١}{٢}$.



الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ ـ ٤ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : «تمثيل المسألة»

بتمثيل المسألة ستكون قادرًا على مشاهدة حلولها الممكنة كلها.

مثال عند سعيد أربع بلاطات مربّعة من الألوان: الأحمر، الأزرق، الأخضر، والأصفر، بكم طريقة يمكنه أن يرتّب البلاطات للحصول على مربّع أكبر؟

افهم هناك أربع بلاطات مربعة يمكنه ترتيبها للحصول على مربع أكبر، فبكم طريقة مختلفة يمكنه ترتيب هذه البلاطات للحصول على مربع أكبر؟

خطّط استعمل الأحرف لترمز إلى الألوان؛ ابدأ الترتيب بوضع المربع الأحمر على الزاوية العليا اليُمنى، ثم رتّب بقية المربّعات؛ أعد الخطوات مع الألوان الثلاثة الأخرى.

حلّ

ح ز	ح خ	ح خ	ح ص	ح ص	ح ص
خ ص	ص خ	ز ص	ص ز	زخ	خ ز

يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأحمر في الجهة العلوية اليمنى لها.

زخ	زح	زخ	زخ	ز ص	ز ص
خ ص	ص خ	ح ص	ص ح	ح خ	خ ح

يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأزرق في الجهة العلوية اليمنى لها.

خ ح	خ ح	خ ز	خ ز	خ ص	خ ص
ز ص	ص ز	ح ص	ص ح	ح ز	زح

يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأخضر في الجهة العلوية اليمنى لها.

ص ح	ص ح	ص ز	ص ز	ص خ	ص خ
زخ	خ ز	ح خ	خ ح	ح ز	زح

يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأصفر في الجهة العلويّة اليمنى لها.

تحقق يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأحمر في الجهة العلويّة اليمنى لها، لذا هناك ٦ مجموعات لكلّ لون من الألوان الأخرى، ٤ × ٦ = ٢٤ ، إذن يوجد ٢٤ طريقةً يستطيع بها سعيد ترتيب المربّعات.

تمارين

استعمل استراتيجيةّ تمثيل المسألة لحلّ الأسئلة ١، ٢

١ **هندسة :** كم زوجًا مختلفًا من المضلعات المنتظمة يمكنك تكوينها باستعمال ١٦ عودًا، على أن يُستعمل عود واحد لكل جهة ومستعملًا العيدان جميعها ؟ **٥ أزواج**

٢ **نقود :** اشترت ندى كتابًا علميًا بـ ٢٥ ريالًا، بكم طريقة تستطيع أن تدفع ثمنه مستعملة أوراقًا نقدية من الفئات: ريال، ٥ ريالات و ١٠ ريالات؟ **١٢ طريقةً**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٤ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة : تمثيل المسألة

استعمل استراتيجيّة "تمثيل المسألة" لحلّ الأسئلة (١-٦):

١ **صور:** عند مهند ستّ صور فوتوغرافية لأصدقائه، مرتبة أفقيًّا في ألبوم الصور. بكم طريقة يمكنه ترتيب الصور على أن يبقى موقع الصورتين في الوسط ثابتًا لا يتغيّر؟ **٢٤ طريقة**

٢ **كرة سلة:** يشترك أمجد وفهد ووليد وبلال وخالد في فريق كرة السلّة المدرسيّ، فإذا كان أمجد يلعب في مركز الدفاع دائمًا، وفهد في الجناح الأيمن، فبكم طريقة يمكن للمدرّب أن يوزّع وليدًا وبلالًا وخالدًا في مراكز الجناح الأيسر والمقدمة والمؤخرة؟ **٦ طرائق**

٣ **نقود:** أرادت سهام شراء علبة حلوى بـ ٥٥ ريالًا. ما عدد الطرائق لدفع ثمن علبة الحلوى مستعملة الأوراق من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات؟ **٦ طرائق**

الطريقة ١: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥

الطريقة ٢: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥

الطريقة ٣: ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥

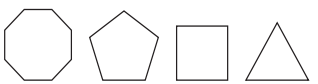
الطريقة ٤: ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٥: ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٦: ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

٤ **أعمار:** سناء أكبر من عبير، وعبير أكبر من العنود التي هي بدورها أكبر من خولة، وخولة أكبر من نجوى التي هي أكبر من سعاد، فبكم طريقة يمكن وقوف الفتيات في خط مستقيم على أن تكون الصغرى في الأمام والكبرى في الخلف دائمًا؟ **٢٤ طريقة**

٥ **هندسة:** ما عدد الطرائق لتكوين مجموعات من أربعة مضلّعات مختلفة باستعمال ٢٠ عودًا خشبيًّا على أن لا يبقى أي عود منها ؟ إحدى المجموعات مبيّنة أدناه. **مثلث، مربع، خماسي، ثماني؛ مثلث، مربع، سداسي، سباعي، مجموعتان.**



٦ **نقود:** أراد رائد شراء دفاتر بمبلغ ٨٠ ريالًا، فبكم طريقة يمكنه دفع ثمنها مستعملًا أوراقًا من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات ؟ **٩ طرائق**

الطريقة ١: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠

الطريقة ٢: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥

الطريقة ٣: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٤: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٥: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٦: ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٧: ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٨: ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٩: ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

استعمال المعاينة في التنبّؤ

تستعمل الدراسة الصادقة طريقة العيّنات غير المتحيزة. وعند اعتماد هذا الأسلوب في الدراسة، فإنه يمكنك استعمال النتائج في التنبؤ حول مجتمع الدراسة، وتعطي **العينة غير المتحيزة** نتائج صادقةً في تمثيلها للمجتمع بدقة، أما عند اختيار **العينة المتحيزة**، فإنه يفضل بعض أقسام المجتمع على سائر الأقسام.

أمثلة **صِف كلّ عينة ممّا يأتي:**

١ لتحديد "طبق الغداء المفضّل" سُئِل كلّ خامس زبون يدخل المطعم.

بما أنّ الأشخاص اختيروا باتباع نمط محدد، فهذه عينة عشوائيّة منتظمة، وهي عيّنة غير متحيزة.

٢ استطلاع آراء مجموعة من المشجعين في ملعب كرة قدم؛ لمعرفة رياضتهم المفضلة.

عينة متحيزة؛ لأن المجموعة التي تم استطلاع رأيها يفضلون كرة القدم غالبًا. وهي عينة ملائمة؛ لأن الأشخاص جميعهم اختيروا من مكان واحد.

أمثلة **أجرى طلاب الصف الثاني المتوسط دراسةً على ٥٠ طالبًا، اختيروا عشوائيًّا وسألوهم عن نوع الكعك المفضّل لديهم، والجدول المجاور يظهر هذه النتائج.**

النوع	العدد
كعك الشوفان	١٥
كعك الزبدة	١١
كعك الشوكولاتة	١٦
كعك مُحلّى	٨

٣ ما نسبة الطلاب الذين يفضّلون الكعك بالشوكولاتة؟

١٦ من ٥٠ طالبًا يفضّلون الكعك بالشوكولاتة.

١٦ ÷ ٥٠ = ٠,٣٢ أي أن ٣٢٪ من الطلاب يفضلون الكعك بالشوكولاتة.

٤ إذا طلب الطلاب ٥٠٠ صندوق من الكعك، فكم صندوقًا يتعيَّن أن يكون بالشوكولاتة؟

أوجد ٣٢٪ من ٥٠٠.

٠,٣٢ × ٥٠٠ = ١٦٠ إذن يتعين أن يُطلب ١٦٠ صندوقًا من كعك الشوكولاتة.

تمارين

صِف كلّ عينة ممّا يأتي:

١ لتحديد ما إذا كانت الطماطم في خمسة صناديق غير فاسدة، فحص مدير المطعم ٣ حبات من الطماطم من الصندوق العلويّ. **عيّنة متحيزة؛ لأن حبات الطماطم في الصندوق العلوي فقط مثّلت بالعينة. وهي عيّنة ملائمة.**

أظهرت دراسة إحصائيّة عشوائية على طلاب الصف الثاني المتوسط أن ٧ طلاب يفضّلون فطائر اللحم، و٥ طلاب يفضّلون فطائر الدجاج، و٣ طلاب يفضِّلون فطائر السجق . استعمل ذلك في حل السؤالين ٢،٣:

٢ ما نسبة الطلاب الذين يفضلون فطائر السجق؟ **٢٠٪**

٣ إذا اشترك ١٢٠ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط في رحلة ،فما عدد فطائر السجق التي ينبغي طلبها؟ **٢٤ فطيرة سجق تقريبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٥ ـ ١٠ تدريبات حلّ المسألة

استعمال المعاينة في التنبؤ

مبيعات: استعمل نتائج الدراسة الموضّحة في الجدول المجاورِ لحلِّ السؤالين ١، ٢:
أجرى مقصف المدرسة دراسة على ٧٥ طالبًا اختيروا عشوائيًّا لمعرفة مذاق البسكويت المفضل لدى الطلاب.

المذاق	العدد
الزبدة	٣٣
الجبن	١٥
الكراميل	٢٧

١ ما النسبة المئويّة للطلاب الذين يفضّلون البسكويت بالكراميل؟ **٣٦٪**

٢ طلب المقصف ٤٠٠ صندوق من البسكويت، فما عدد صناديق البسكويت بمذاق الكراميل الذي يتعيّن عليه طلبها؟ اشرح كيف توصّلت إلى الإجابة.
١٤٤ صندوقًا تقريبًا، اضرب نسبة الطلاب الذين يفضّلون الكراميل في العدد الكليّ للصناديق.

مطعم: استعمل المعلومات الآتية لحلِّ السؤالين ٣، ٤: أُجريت دراسة على ٢٠ شخصًا اختيروا عشوائيًّا في أثناء مغادرتهم المطعم، فذكر ثمانية أشخاص أنَّهم يطلبون الحلوى بعد تناول الغداء.

٣ ما النسبة المئوية للأشخاص الذين ذكروا أنهم يطلبون الحلوى إذا تناولوا الطعام في المطعم؟ **٤٠٪**

٤ إذا تناول ١٣٠ شخصًا الغداء في المطعم، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يطلب حلوى بعد الغداء؟
٥٢ شخصًا تقريبًا

سيارات: استعمل الجدول المجاور الذي يبيِّن نوع السيارة التي يرغب ٥٠ شخصًا في شرائها السنة القادمة لحلِّ السؤالين ٥، ٦

نوع السيارة	العدد
رياضية	١١
صغيرة	٨
دفع رباعي	١٩
حافلة	٩
أخرى	٣

٥ ما النسبة المئويّة للأشخاص الذين ينوون شراء سيارات رياضيّة في العام القادم؟ **٢٢٪**

٦ إذا كان أحد معارض السيارات ينوي طلب ١٢٠٠ سيارة لبيعها العام القادم، فما عدد السيارات الرياضيّة التي يتعيّن عليه أن يطلبها؟ **٢٦٤ سيارة تقريبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٥ ـ ١٠ التدريبات الإثرائية

التنبؤات المبنية على الاحتمال

إذا كانت نتائج تجربة تدوير مؤشر القرص الدوَّار ٢٠ مرّةً على النحو الآتي:
أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أحمر.
فإننا نستنتج من ذلك وجود ١١ نتيجةً حمراء و٩ زرقاء، وإذا افترضنا أنَّ النتيجة قريبة إلى الاحتمال النظري لتدوير مؤشر القرص فنتوقع أنَّ نصف القرص أحمر، ونصفه الآخر أزرق، ويكون على صورة الشكل المجاور.
استعمل نتائج كلّ تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص أو مكعّب الأرقام المستعمل في التجربة، وافترض أنَّ النتائج كلّها قريبة إلى الاحتمال النظريّ لكلٍّ من القرص ومكعّب الأرقام.

١ **تدوير مؤشر القرص الدوّار ١٠٠ مرة.**

النتائج	التكرار	وصف القرص
أحمر	٤٨ مرّةً	**إجابة ممكنة: أحد نصفي القرص باللون الأحمر، وربع القرص أصفر، والربع الآخر أخضر.**
أصفر	٢٤ مرّةً	
أخضر	٢٨ مرّةً	

٢ **إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرةً.**

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
١	٢٢ مرّةً	**إجابة ممكنة: وجهان يحملان الرقم ١، ووجهان يحملان الرقم ٢، ووجهان يحملان الرقم ٣**
٢	١٨ مرّةً	
٣	٢٠ مرّةً	

٣ **تدوير مؤشر القرص الدوّار ٨٠ مرةً.**

النتائج	التكرار	وصف القرص
برتقاليّ	٢٣ مرّةً	**إجابة ممكنة: ربع القرص باللون البرتقاليّ، و الأرباع الثلاثة الأخرى بلا لون.**

٤ **إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرّةً.**

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
٢	١٨ مرّةً	**إجابة ممكنة: وجهان يحملان الرقم ٢، ووجه يحمل الرقم ٤، وأحد الأوجه يحمل الرقم ٦، ووجهان فارغان.**
٤	١١ مرّةً	
٦	٩ مرّات	