

## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج السعودية



## عرض فصل المعادلات التربيعية: $س^2 + ب_س + ج = ٠$

[موقع المناهج](#)  $\leftarrow$  [المناهج السعودية](#)  $\leftarrow$  [الصف الثالث المتوسط](#)  $\leftarrow$  [رياضيات](#)  $\leftarrow$  [الفصل الثاني](#)  $\leftarrow$  [الملف](#)

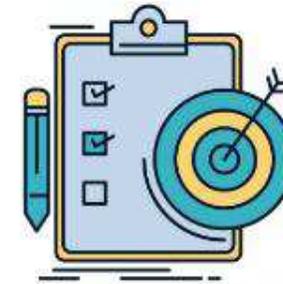
تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 20-01-2024 17:48:17

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث المتوسط



## المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث المتوسط والمادة رياضيات في الفصل الثاني

<a href="#">عرض فصل استعمال خاصية التوزيع</a>	1
<a href="#">ورقة عمل درس المعادلات التربيعية</a>	2
<a href="#">نموذج إجابة اختبار نهائي الدور الأول</a>	3
<a href="#">الاختبار الدوري الثاني لفصل كثيرات الحدود</a>	4
<a href="#">إجابة اختبار ضرب وحيدة حد في كثيرات حدود</a>	5



أهداف الحرس

المعادلات التربيعية:  $س^2 + ب س + ج = ٠$ 

- تحليل ثلاثية حدود على الصورة :  $س^2 + 2 ب س + ج = ٠$ .
- حل معادلات على الصورة :  $س^2 + 2 ب س + ج = ٠$ .

المعرفة السابقة

خاصية التوزيع

أوجد ناتج ضرب  $(س^2 + ٣س + ٥)$  بالطريقة الأفقية

$$(س^2 + ٣س + ٥) (س + ٥)$$

$$= (س^2 + ٣س + ٥) س + (س^2 + ٣س + ٥) ٥$$

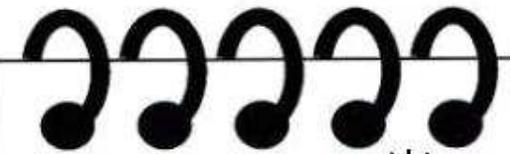
$$= س^3 + ٣س^2 + ٥س + ٥س^2 + ١٥س + ٢٥$$

$$= س^3 + ٨س^2 + ٢٠س + ٢٥$$

$$س^3 + ٣س^2 + ٥س + ٥س^2 + ١٥س + ٢٥$$

$$= س^3 + ٨س^2 + ٢٠س + ٢٥$$

$$= س^3 + ٨س^2 + ٢٠س + ٢٥$$



سنتعلم اليوم:

تحليل  $س^2 + ب س + ج$ 

عندما يكون ب ، ج موجبين

عندما تكون ب سالبة ، ج موجبة

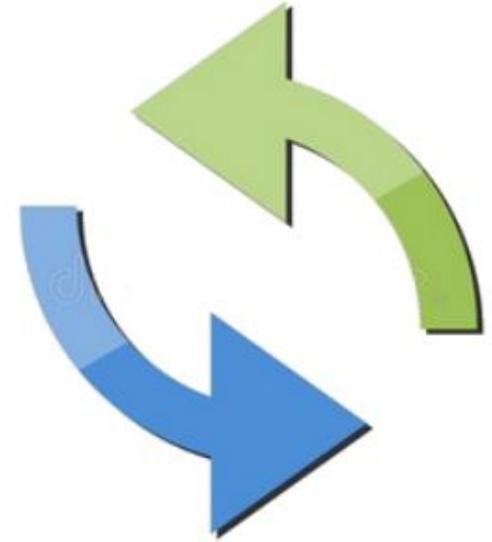
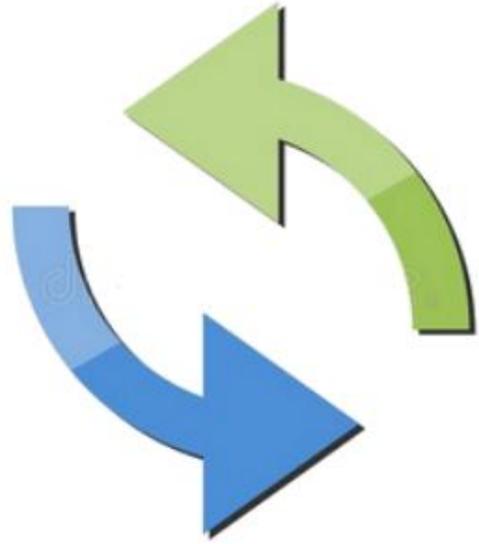
حل المعادلة بالتحليل



ضرب

$$12 + س \quad 8 + 2س = (2 + س) (6 + س)$$

تحليل

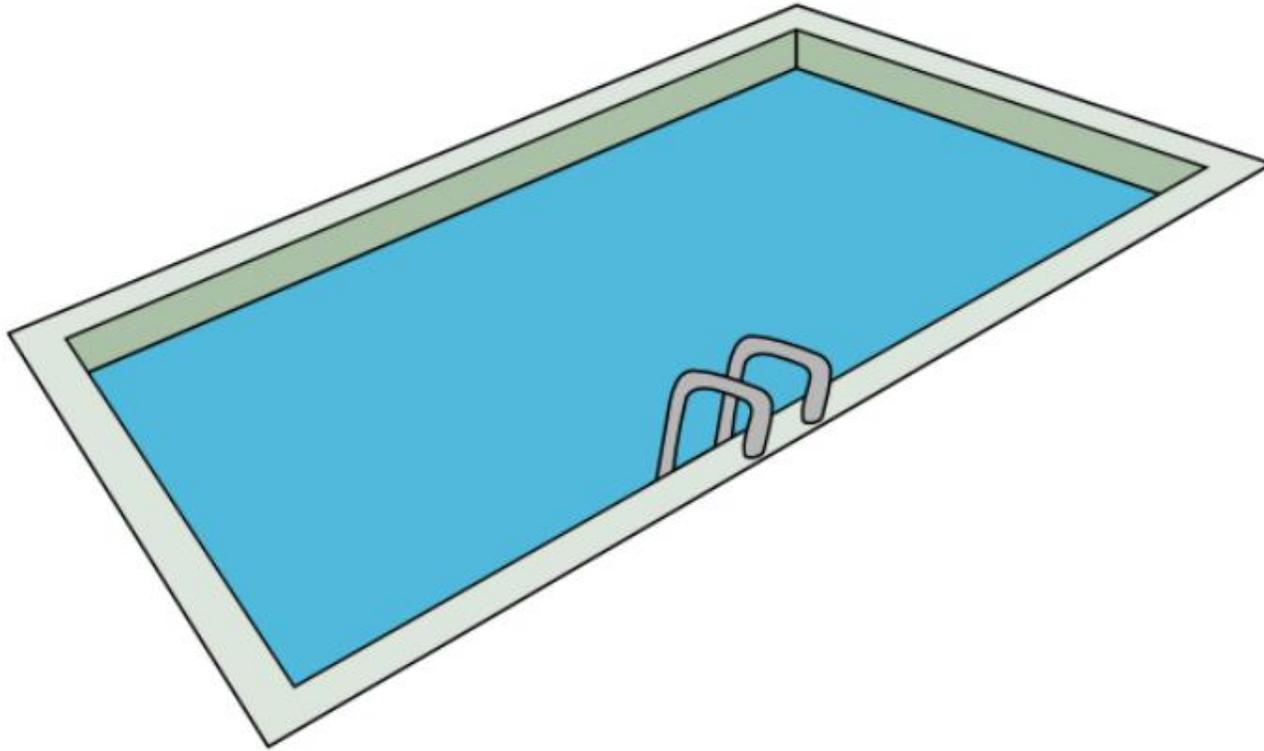


# مَهَيِّدٌ

بركة سباحة سطحها مستطيل الشكل، يُراد وضع سياج حولها طوله ٢٤ م. إذا كانت مساحة سطح البركة ٣٦ م<sup>٢</sup>، فما بعدها؟

لحل هذه المسألة يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما ٣٦ ومجموعهما يساوي ١٢ (نصف محيط البركة).

**تحليل س<sup>٢</sup> + ب س + ج:** تعلمت كيف تضرب ثنائيي حدّ باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، على أن تكون كل ثنائية حد منهما عاملاً لنواتج الضرب. ويمكن استعمال نمط ضرب ثنائيي الحد لتحليل أنواع معينة من ثلاثيات الحدود.



# مهيد

$$\text{طريقة التوزيع بالترتيب} \quad 4 \times 3 + 3س + 4س + 2س = (4 + 3)(3 + س)$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 4 \times 3 + 3(4 + 3) + 2س =$$

$$= 12 + 7س + 2س \quad \text{بسط.}$$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط 7 هو مجموع العددين 3 و 4، والحد الأخير 12 هو ناتج ضربهما.

لاحظ القاعدة الآتية في الضرب:

$$(4 + 3)(3 + س) = 4 \times 3 + 3(4 + 3) + 2س$$

$$\text{لتكن } 3 = م, 4 = ن \quad (م + 3)(ن + س) = 3م + 3(ن + س) + 2س$$

$$\text{الإبدال (+)} \quad 3م + 3(ن + س) + 2س =$$

$$س^2 + بس + ج + ب = م + ن, ج = م$$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط هو مجموع م و ن، والحد الأخير هو ناتج ضربهما.

تستعمل هذه القاعدة لتحليل ثلاثيات الحدود على الصورة  $س^2 + بس + ج$ .

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة  $س^2 + ب س + ج$ ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب، وناتج ضربهما ج، ثم اكتب  $س^2 + ب س + ج$  على الصورة  $(س + م)(س + ن)$ .

الرموز:  $س^2 + ب س + ج = (س + م)(س + ن)$ ، حيث  $م + ن = ب$ ،  $م ن = ج$

مثال:  $س^2 + 6س + 8 = (س + 2)(س + 4)$ . لأن  $6 = 2 + 4$ ،  $8 = 2 \times 4$

يكون لعاملي جـ الإشارة نفسها عندما تكون موجبة. ويعتمد كون العاملين موجبين أو سالبين على إشارة ب. فإذا كانت ب موجبة فالعاملان موجبان، وإذا كانت سالبة فالعاملان سالبان.

## إرشادات لحل المسألة

## خمن وتحقق

عند تحليل ثلاثية حدود،  
اعمل تخميناً مدروساً،  
وتحقق من المعقولية، ثم  
عدّل التخمين حتى تصل  
إلى الإجابة الصحيحة.

تحليل  $s^2 + b s + c$  جـ عندما يكون ب، جـ موجبين

# بج ⊕



حلّ :  $s^2 + 9s + 20$ .

بما أن جـ ، ب موجبان في ثلاثية الحدود،  $b = 9$ ،  $c = 20$ . لذا يجب إيجاد عاملين موجبين مجموعهما 9، وناتج ضربهما 20. كوّن قائمة عوامل العدد 20، و أوجد العاملين اللذين مجموعهما 9.

عوامل العدد 20	مجموع العاملين
20، 1	21
10، 2	12
5، 4	9

العاملان الصحيحان هما 4، 5

اكتب القاعدة

$$m = 4, n = 5$$

$$s^2 + 9s + 20 = (s + m)(s + n)$$

$$= (s + 4)(s + 5)$$

**تحقق:** يمكنك التحقق من هذه النتيجة بضرب العاملين لتحصل على العبارة الأصلية.

طريقة التوزيع بالترتيب

$$(s + 4)(s + 5) = s^2 + 5s + 4s + 20$$

بسّط.

$$= s^2 + 9s + 20 \checkmark$$

تقوية حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

$$(1) \text{ س}^2 + 14\text{س} + 24$$

$$(11) \text{ د}^2 + 11\text{د} + 24$$

تحليل س<sup>2</sup> + ب س + ج عندما تكون ب سالبة، ج موجبة



إذا كانت ب سالبة، وج موجبة في ثلاثية الحدود، استعمل ما تعرفه عن ضرب ثنائي الحدود؛ لتقليص قائمة العوامل الممكنة.



قاعدة الإشارات



مختلفة

متشابهة

$$\begin{array}{l} \ominus = \ominus \times \oplus \\ \ominus = \oplus \times \ominus \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \oplus = \oplus \times \oplus \\ \oplus = \ominus \times \ominus \end{array}$$



حلل:  $s^2 - 8s + 12$

بما أن  $s$  موجبة، و  $b$  سالبة في ثلاثية الحدود،  $b = -8$ ،  $c = 12$  لذا يجب إيجاد عاملين سالبين مجموعها  $-8$  وحاصل ضربهما  $12$

عوامل العدد 12	مجموع العاملين
1-، 12-	13-
2-، 6-	8-
3-، 4-	7-

العاملان الصحيحان هما 2-، 6-

اكتب القاعدة

$$s^2 - 8s + 12 = (s - 2)(s - 6)$$

$$s^2 - 8s + 12 = (s - 2)(s - 6)$$

$$= (s - 2)(s - 6)$$

**تحقق:** مثل المعادلتين:  $s^2 - 8s + 12 = (s - 2)(s - 6)$ ، ص = ص

بيانياً على الشاشة نفسها. بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية

الحدود حُللت بصورة صحيحة. ✓

### إرشادات للدراسة

#### إيجاد العوامل

عندما تجد العوامل الصحيحة فليس هناك ضرورة لاختبار العوامل الأخرى. فمثلاً، العاملان الصحيحان في المثال 2 هما: 2- و 6-، لذا فلا داعي لاختبار العاملين: 3- و 4-

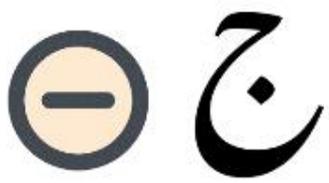
تقوية حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

(٤)  $٥٠ + م١٥ - ٢$

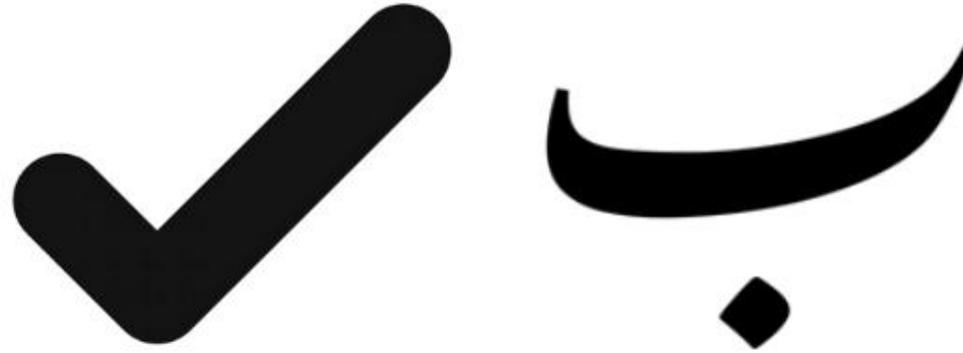
(٢ب)  $٢٨ + و١١ - ٢$



## تحليل س<sup>2</sup> + ب س + ج عندما تكون ج سالبة



عندما تكون ج سالبة، يكون لعاملها إشارتان مختلفتان. ولتحدد أي عامل منهما موجب وأيها سالب، انظر إلى إشارة ب؛ فالعامل الذي له القيمة المطلقة الكبرى له إشارة ب نفسها.



### مراجعة المصردات

#### القيمة المطلقة

تمثل القيمة المطلقة للعدد  
ن المسافة بين العدد  
والصفر على خط الأعداد.  
وتُكتب على الصورة  $|ن|$ .



حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(أ) \text{ س}^2 + 2\text{س} - 15$$

في ثلاثية الحدود هذه  $b = 2$ ،  $c = -15$  وبما أن  $c$  سالبة. فإن  $m$  و  $n$  عددان مختلفان في الإشارة. وبما أن  $b$  موجبة، فالعامل الذي قيمته المطلقة أكبر يكون موجبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل العدد  $-15$ ، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما  $2$ .

عوامل العدد $-15$	مجموع العاملين
$-15, 1$	$14$
$-3, 5$	$2$

العاملان الصحيحان هما  $-3, 5$

اكتب القاعدة

$$m = -3, n = 5$$

طريقة التوزيع بالترتيب

بسّط

$$\text{س}^2 + 2\text{س} - 15 = (\text{س} + 5)(\text{س} - 3)$$

$$= (\text{س} - 3)(\text{س} + 5)$$

$$\text{تحقق: } (\text{س} - 3)(\text{س} + 5) = \text{س}^2 + 2\text{س} - 15$$

$$= \text{س}^2 + 2\text{س} - 15 \quad \checkmark$$



حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

(ب) س<sup>٢</sup> - ٧س - ١٨

في ثلاثية الحدود هذه ب = -٧، ج = -١٨. ، إذن م أو ن سالبة، وليس كلاهما. وبما أن ب سالبة،  
فالعامل ذو القيمة المطلقة الكبرى يكون سالبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل -١٨، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر  
إلى العاملين اللذين مجموعهما -٧.

عوامل العدد -١٨	مجموع العاملين
١٨-، ١	١٧-
٩-، ٢	٧-
٣+، ٦-	٣-

العاملان الصحيحان هما ٢-، ٩-

اكتب القاعدة

$$م = ٢، ن = ٩$$

$$س^٢ - ٧س - ١٨ = (س + م)(س + ن)$$

$$= (س + ٢)(س - ٩)$$

**تحقق:** مثل المعادلتين ص = س<sup>٢</sup> - ٧س - ١٨،

ص = (س + ٢)(س - ٩) بيانًا على الشاشة نفسها،

بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية الحدود حُللت بصورة صحيحة. ✓

تقوية حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

(١٥) ن٢-٢ن-٣٥

(١٣) ص٢+١٣ص-٤٨



## حل المعادلة بالتحليل

حلّ المعادلات بالتحليل: يمكن كتابة المعادلات التربيعية على الصورة القياسية:

أس<sup>٢</sup> + ب س + ج = ٠ ، أ ≠ ٠ ويمكن حل بعض المعادلات على هذه الصورة بالتحليل، ثم استعمال خاصية الضرب الصفري



خاصية الضرب الصفري

$$١س^٢ - ٧س - ٦٠ = ٠$$

$$١س^٢ + ب س + ج = ٠$$

$$٠ = (١٢ - س) (٥ + س)$$

$$٠ = \cancel{١}س + \cancel{٥}$$

$$٥ - \cancel{٥} -$$

$$٥ - = س$$

$$٠ = \cancel{١}س - \cancel{١٢}$$

$$١٢ + \cancel{١٢} +$$

$$١٢ = س$$

## خاصية الضرب الصفري

ت

يوجد  
عاملان  
مشاركان  
متساويين

ب

إذا كان  
حاصل ضرب  
عاملين  
يساوي  
صفرًا

ا

يمكن  
تحليل  
كثيرة  
الحدود

## حل المعادلة بالتحليل



حل المعادلة:  $س^2 + 6س = 27$ ، وتحقق من صحة الحل.

المعادلة الأصلية

اطرح 27 من كلا الطرفين

حلل إلى العوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$س^2 + 6س = 27$$

$$27 \stackrel{?}{=} (-9) + 2(-9)$$

$$✓ 27 = 81 - 54$$

$$س^2 + 6س = 27$$

$$س^2 + 6س - 27 = 0$$

$$0 = (س + 9)(س - 3)$$

$$س - 3 = 0 \quad \text{أو} \quad س + 9 = 0$$

$$س = 3 \quad \text{أو} \quad س = -9$$

**تحقق:** عوض عن س بكل من 3، -9 في المعادلة الأصلية.

$$س^2 + 6س = 27$$

$$27 \stackrel{?}{=} (3) + 2(3)$$

$$✓ 27 = 18 + 9$$

$$(١٠) \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س} = ٢٤$$

$$(٤ب) \text{ س}^٢ + ٣ \text{ س} - ١٨ = ٠$$

## حل المسألة بالتحليل

### مثال من واقع الحياة

**تصميم:** يصمّم سعيد لوحة إعلان لبيع أقراص مدمجة لتعلم الرياضيات. إذا كان ارتفاع الجزء العلوي من اللوحة ٤ بوصات، ويزيد طول باقي اللوحة عن عرضها بـ ٢ بوصة. ومساحة اللوحة ٦١٦ بوصة مربعة، فأوجد عرض اللوحة.

**افهم:** يجب إيجاد عرض اللوحة.

**خطّط:** بما أن اللوحة على شكل مستطيل فالمساحة = العرض × الطول

**حل:** بما أن عرض = عرض اللوحة، فيكون طول اللوحة = عرض + ٢ = ٦ + عرض

اكتب المعادلة

$$616 = (6 + \text{عرض}) \times \text{عرض}$$

اضرب

$$616 = 6 \times \text{عرض} + \text{عرض}^2$$

اطرح ٦١٦ من كل طرف

$$0 = 616 - 6 \times \text{عرض} - \text{عرض}^2$$

حلل

$$0 = (22 - \text{عرض})(28 + \text{عرض})$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 22 - \text{عرض} \quad \text{أو} \quad 0 = 28 + \text{عرض}$$

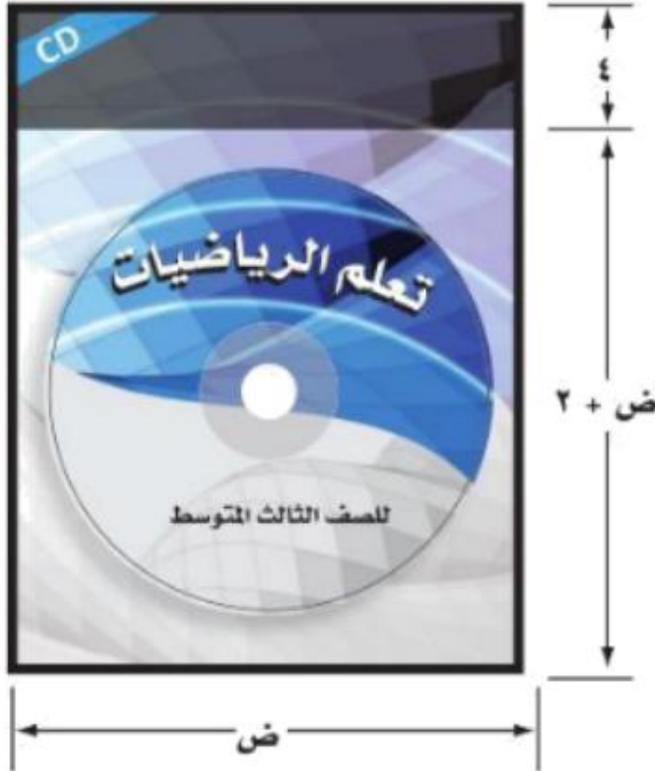
حل كل معادلة

$$\text{عرض} = 22 \quad \text{أو} \quad \text{عرض} = -28$$

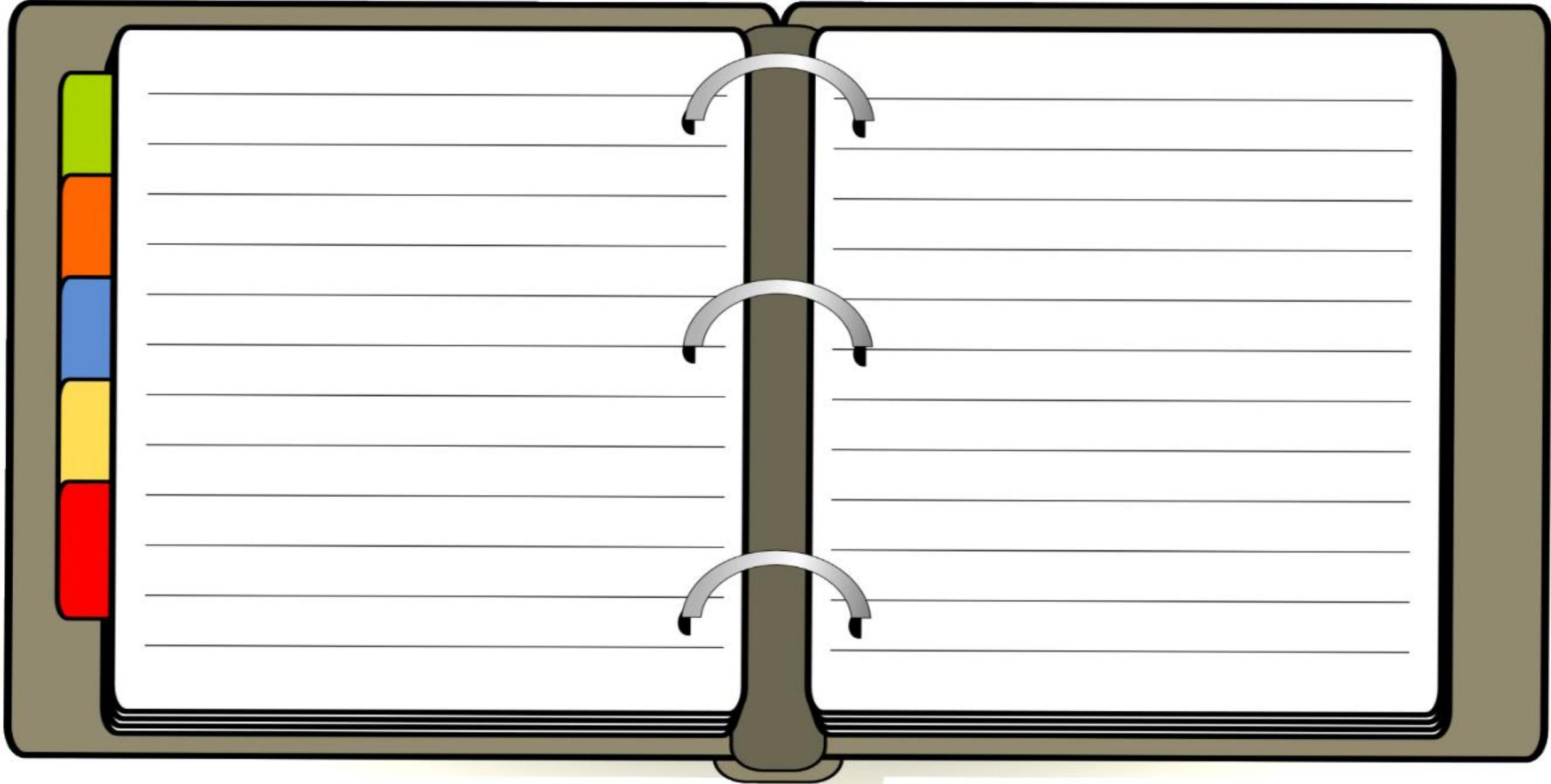
بما أن الأبعاد لا يمكن أن تكون سالبة، فإن العرض = ٢٢ بوصة.

**تحقق:** إذا كان العرض ٢٢ بوصة فإن المساحة =  $22(6 + 22) = 616$  بوصة مربعة، وهي مساحة

اللوحة. ✓



(٢٤) هندسة: مساحة مثلث ٣٦ سم<sup>٢</sup>، ويزيد ارتفاعه ٦ سم على طول قاعدته. فما ارتفاعه؟ وما طول قاعدته؟



تقوية اكتشف الخطأ: حلل كل من خليل وماجد العبارة:  $s^2 + 6s - 16$ . فأيهما إجابته صحيحة؟

خليل

$$s^2 + 6s - 16 = (s - 2)(s + 8)$$

ماجد

$$s^2 + 6s - 16 = (s + 2)(s - 8)$$

### المعادلات التربيعية

$$س^2 = ب س + ج$$
$$ا = 1$$

### حل المعادلات بالتحليل

$$ب = ن + م$$
$$ج = ن \times م$$

ن، م

$$س = (ن + س) (م + س)$$

$$س = (ن + س)$$

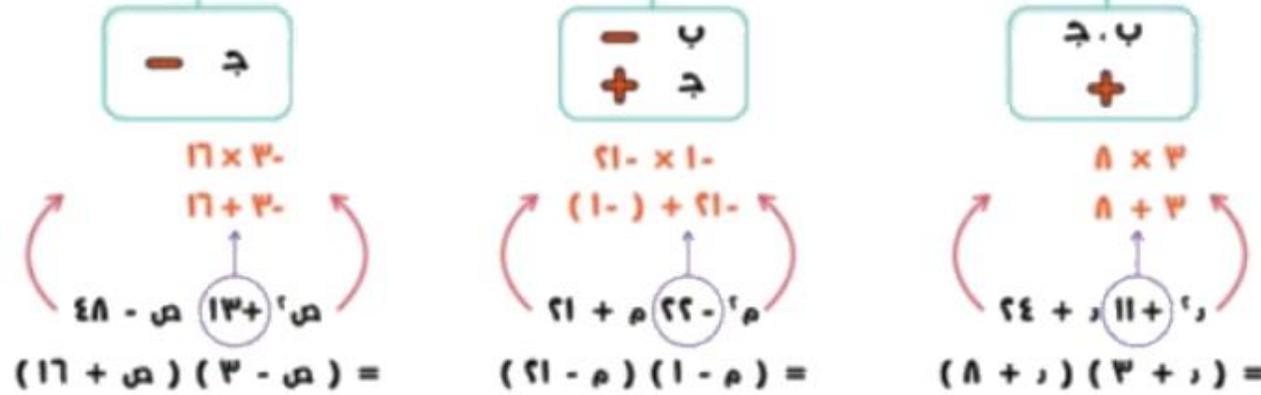
$$س = (م + س)$$



المعادلات التربيعية  $\cdot = \text{س} + \text{ب} \text{س} + \text{ج} = 0$

$\cdot = \text{س} + \text{ب} \text{س} + \text{ج}$

تحليل



حل المعادلات بالتحويل

$\cdot = \text{س} + \text{ب} \text{س} + \text{ج}$

1 كتابتها بالصورة القياسية

$\cdot = \text{س} + \text{ب} \text{س} + \text{ج}$

2 تحليل لثاني الحدود

$\cdot = (\text{س} + \text{ب}) (\text{س} + \text{ج})$

3 خاصية الضرب الصفري

$\cdot = \text{س} + \text{ب} \text{س} + \text{ج}$   
 $\cdot = \text{س} + \text{ب} \text{س} + \text{ج}$



قيم نفسك

٣٧) هندسة: ما العبارة التي تمثل طول  
المستطيل في الشكل المجاور؟ 

$$\left. \begin{matrix} 3 \\ + \\ 2 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{م} = 3\text{س} - 2\text{س} - 18 \end{matrix}$$

أ)  $5 + \text{س}$       ج)  $6 - \text{س}$

ب)  $6 + \text{س}$       د)  $5 - \text{س}$