شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج السعودية

مراجعة الفصل الأول كاملاً تحليل الدوال

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2023-11-03 08:16:37

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث المتوسط

المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث المتوسط والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	مراجعة محلولة للفصل الثالث الدوال الخطية
2	أسئلة مراجعة غير محلولة
3	حل المتباينات المركبة
4	ملخص مفيد ورائع للدروس
5	حل المتباينات المركبة

مراجعة الفصل الأول كاملا

تحليل الدوال

الفصل الدراسي الأول

اعداد و كتابة و تنسيق

أ .مريم سليمان المسعودي

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-1 الدوال

وصف مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تحتوي مجموعة الأعداد الحقيقية على مجموعة الأعداد النسبية **Q**، وغير النسبية **I**، والأعداد الصحيحة **Z**، والأعداد الكلية **W**، والأعداد الطبيعية **N**.

الصفة المميزة للمجموعة هي إحدى طرق وصف المجموعة، وفيها نختار متغيرًا ونكتب خصائصه، ونبيّن إلى أي مجموعة ينتمي.

والفترة طريقة أخرى للتعبير عن المجموعة، وفيها نستعمل أقواسًا مغلقة إذا كانت أطراف الفترة تنتمي إلى المجموعة، وأقواسًا مفتوحة إذا كانت أطراف الفترة لا تنتمي إليها. ونستعمل ∞ للتعبير عن اللانهاية الموجبة، و−∞ للتعبير عن اللانهاية السالبة.

إرشادات للدراسة

الرمزان ∪ ، ∩:
يُقرأ الرمز "∪" (اتحاد)، ويعني: جميع العناصر المنتمية إلى كلا المجموعتين.
يُقرأ الرمز "∩" (تقاطع)، ويعني: جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين.

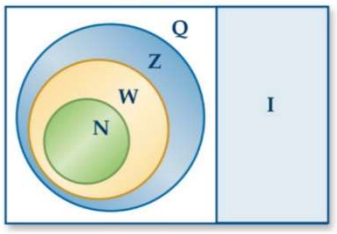
قراءة الرياضيات

غير محدودة:
تسمى الفترة غير محدودة إذا كانت قيمها تزداد أو تنقص دون حدود (دون توقف).

إرشادات للدراسة

المجال والمدى:
في هذا المفهوم الأساسي، يمكن أن يستعمل الرمز D للتعبير عن المجال، والرمز R للتعبير عن المدى، أي أن:
$D = \{1, 2, 3, 4\}$
$R = \{6, 8, 9\}$

الأعداد الحقيقيّة R



فترات غير محدودة		فترات محدودة	
رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة	المتباينة
$[a, \infty)$	$x \geq a$	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$
$(-\infty, a]$	$x \leq a$	(a, b)	$a < x < b$
(a, ∞)	$x > a$	$[a, b)$	$a \leq x < b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, b]$	$a < x \leq b$
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$		

تمييز الدّوال العلاقة هي قاعدة تربط عناصر مجموعة مثل A مع عناصر من مجموعة مثل B. وتحتوي المجموعة A على المدخلات أو عناصر **المجال**، في حين تحتوي المجموعة B على المخرجات أو عناصر **المدى**. **والدالة** f من مجموعة A إلى مجموعة B هي علاقة تربط كل عنصر x من A بعنصر واحد فقط y من B. ولإيجاد قيمة الدالة عند نقطة a في مجالها، ضع a مكان المتغير المستقل، ثم أوجد الناتج.

إرشادات للدراسة

جدوليًا:
إذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن إحدى قيم x ترتبط بأكثر من قيمة من قيم y، كما يوضح الجدول أدناه:

x	y
−2	−4
3	−1
3	4
5	6
7	9

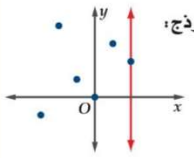
إرشادات للدراسة

دوال تتكرر فيها قيم y:
لا يمكن أن ترتبط أكثر من قيمة لـ y بقيمة واحدة لـ x في الدالة، بينما يمكن أن ترتبط قيمة واحدة لـ y بأكثر من قيمة لـ x كما في المثال 3b.

مفهوم أساسي — **اختبار الخط الرأسي**

التعبير اللفظي: تُمَثِّلُ مجموعة من النقاط في المستوى الإحداثي دالة إذا لم يقطع أي خط رأسي تمثيلها البياني في أكثر من نقطة.

النموذج:



اكتب كل مجموعة مما يأتي باستعمال الصفة المميزة للمجموعة و باستعمال رمز الفترة			
$\{17,18,19,20, \dots\}$	$x \leq -2$	$5 < x < 15$	$x < -11$ أو $x \geq 1$

اذا كانت $f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 3x$ فأوجد $f(-2)$ .....

أوجد $g(x) = \begin{cases} x + 45 , x \leq -1 \\ 81 - x , x > -1 \end{cases}$ ..... $f(-5)$ ..... أوجد $f(36)$ .....

في كل علاقة مما يأتي ، حدد ما إذا كانت y تمثل دالة في x ام لا

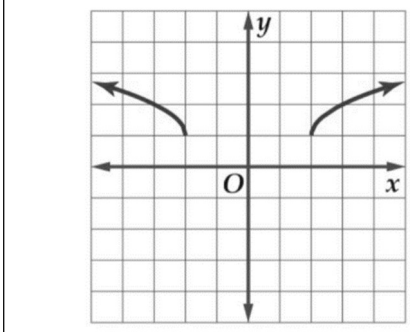
المتغير المستقل x يمثل رقم حساب في البنك و المتغير y يمثل الرصيد في الحساب

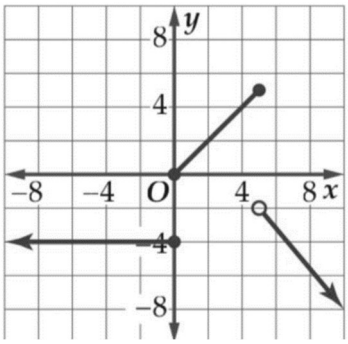
..... $y = \frac{1}{x}$	..... $x^2 = y + 2$	..... $\sqrt{48y} = x$

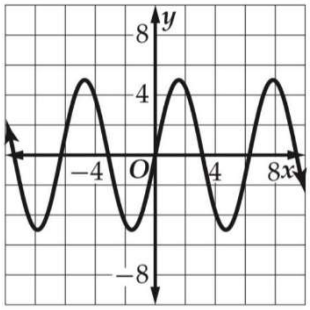
حدد مجال كل دالة مما يأتي :

$f(x) = \frac{8x + 12}{x^2 + 5x + 4}$	$h(x) = \sqrt{6 - x^2}$	$f(x) = \frac{5x}{\sqrt{4x - 1}}$

معتمدا على اختبار الخط الرأسي ، حدد ما إذا كان كلا من التمثيلات التالية تمثل دالة ام لا ؟

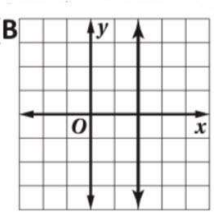


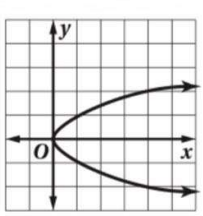


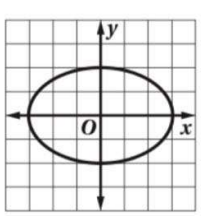


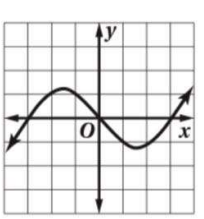
اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) أي العلاقات التالية يكون فيها y تمثل دالة في x

(A 

(B 

(C 

(D 

2) اذا كانت $f(x) = x^2 - 2x$ فما قيمة $f(4)$

A	-8	B	0	C	8	D	24

اذا كانت $f(x) = \begin{cases} |4x|, x < -2 \\ x^3 - 1, x \geq -2 \end{cases}$ فإن قيمة $f(-2)$

A	8	B	-7	C	-8	D	-9

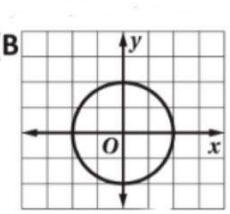
3) أي العبارات التالية صحيحة دائما

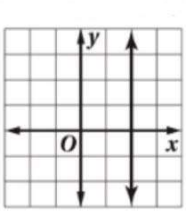
A	الدالة لا تمثل علاقة	B	كل دالة تمثل علاقة	C	كل علاقة تمثل دالة	D	العلاقة لا تكون دالة

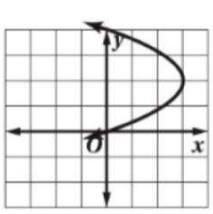
4) أي مما يلي يمثل مجال الدالة $h(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$

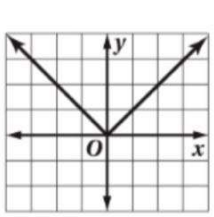
A	$x \neq 5$	B	$x \geq \frac{3}{2}$	C	$x \geq \frac{3}{2}, x \neq 5$	D	$x \neq \frac{3}{2}$

5) أي العلاقات التالية يكون فيها y تمثل دالة في x

(A 

(B 

(C 

(D 

6) اذا كانت $f(x) = -2\sqrt{x^2}$ فما قيمة $f(8+x)$

A	$-2\sqrt{x^2+8}$	B	$\sqrt{-2x^2-128}$	C	$-2\sqrt{x^2+64}$	D	$-2\sqrt{x^2+16x+64}$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-2 تحليل التمثيلات البيانية للدوال و العلاقات

تحليل التمثيلات البيانية للدّوال إذا نظرت إلى منحنى الدالة، فإنه يمكنك تحديد مجالها ومداها، وتقدير المقطعين y , x.
تسمى المقاطع x لمنحنى دالة بأصفار هذه الدالة؛ لأن قيمة الدالة عند كلّ منها تساوي صفرًا.

تماثل المنحنيات يوجد للتمثيل البياني للعلاقة المتماثلة حول المحور x أو المحور y **محور تماثل**. ويوجد للتمثيل البياني للعلاقة المتماثلة حول نقطة الأصل **نقطة تماثل**.

متماثل بالنسبة إلى...	الوصف	الاختبار الجبري
المحور x	إذا وقعت (x, y) على المنحنى، فإن $(x, -y)$ تقع على المنحنى نفسه.	عند وضع $-y$ مكان y نحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية.
المحور y	إذا وقعت (x, y) على المنحنى، فإن $(-x, y)$ تقع على المنحنى نفسه.	عند وضع $-x$ مكان x نحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية.
نقطة الأصل	إذا وقعت (x, y) على المنحنى، فإن $(-x, -y)$ تقع على المنحنى نفسه.	عند وضع $-x$ مكان x ، و $-y$ مكان y نحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية.

تسمى الدّوال المتماثلة حول المحور y دوالَّ **زوجية**، وفيها يكون $f(-x) = f(x)$ لجميع قيم x في مجال الدالة. وتسمى الدّوال المتماثلة حول نقطة الأصل دوالَّ **فردية**، وفيها يكون $f(-x) = -f(x)$.

إرشادات للدراسة

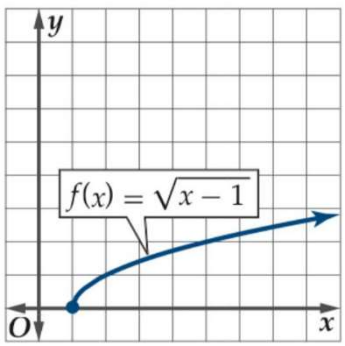
تماثل العلاقات والدوال:
يكون التماثل حول المحور x للعلاقات فقط. أما التماثل حول المحور y ونقطة الأصل فيكون للعلاقات والدوال.

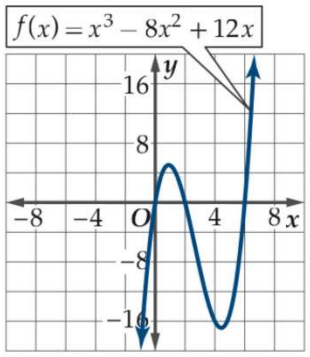
إرشادات للدراسة

التماثل:
من الممكن أن يكون للتمثيل البياني الواحد أكثر من نوع تماثل.

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
أي العلاقات الآتية متماثلة حول المحور x							
A	$xy = 2$	B	$x = y^2$	C	$y = x^2$	D	$y = 3$
أي الدوال الاتية دالة فردية							
A	$f(x) = -x^3 + 4$	B	$f(x) = 2x^3$	C	$f(x) = x^4 - 9$	D	$f(x) = x^4 + 4x$
أي مما يأتي تكون الدالة الفردية متماثلة حوله ؟							
A	محور x	B	محور y	C	المستقيم x=y	D	نقطة الاصل
ماهو صفر الدالة $g(x) = 3x - 2$							
A	-2	B	$-\frac{3}{2}$	C	$-\frac{2}{3}$	D	$\frac{2}{3}$
اوجد المقطع Y للدالة $f(x) = \frac{x^3+6}{2}$							
A	$\sqrt[3]{-6}$	B	-3	C	2	D	3
ماهو صفر الدالة $g(x) = -\frac{2}{3}x - 12$							
A	-18	B	-12	C	12	D	18

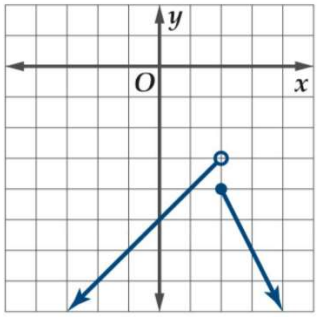
من التمثيلات البياني التالية أوجد مقطع Y و اصفارها ثم اوجدها جبرياً



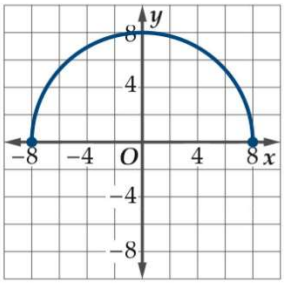


MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

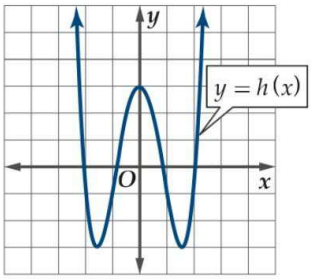
استعمل التمثيل البياني لإيجاد مجال كل دالة و مداها .



المجال :
المدى:

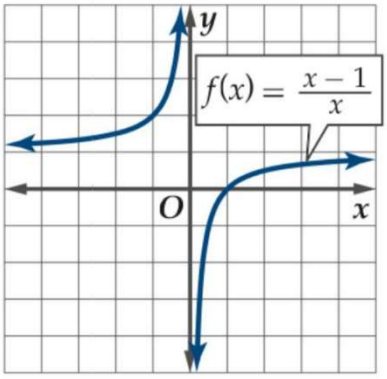


المجال :
المدى:

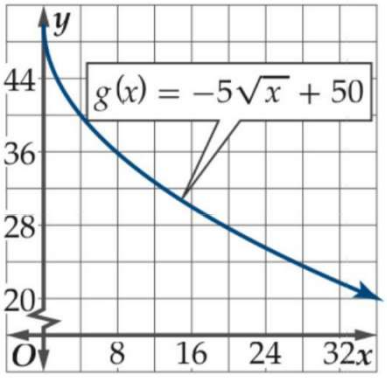


المجال :
المدى:

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتقدير قيمتها المطلوبة .

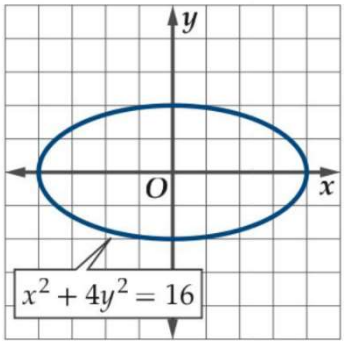


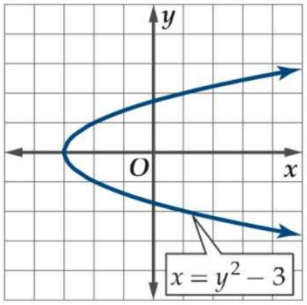
$f(1) = \cdots \quad , f(-3) = \cdots$

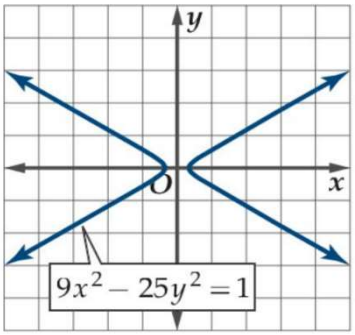


$g(6) = \cdots \quad , g(12) = \cdots$

استعمل التمثيل البياني في كلا مما يلي لاختبار التماثل حول المحور x و y و نقطة الأصل .







حدد ما اذا كانت الدالة زوجية ام فردية ام غير ذلك	أوجد اصفار الدوال التالية
$h(x) = x^5 - 17x^3 + 16x$	$f(x) = \dfrac{4x-1}{x}$
$h(x) = x^6 + 4$	$f(x) = 2\sqrt{x+12} - 8$

أوجد مقطع y في الدوال التالية

$$h(x) = 4x - 9$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} - 1$$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-3 الاتصال و النهايات

الاتصال تكون الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا حقّقت الشروط الآتية:

1) $f(x)$ معرفة عند c؛ أي أن $f(c)$ موجودة.

2) تقترب $f(x)$ من القيمة نفسها عندما تقترب x من c من الجهتين، أي أنّ $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة.

3) القيمة التي تقترب منها $f(x)$ من جهتي c هي $f(c)$؛ أي أنّ، $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$.

ويكون للدّوال غير المتصلة ثلاثة أنواع من عدم الاتصال، وهي: عدم الاتصال اللانهائي، وعدم الاتصال القفزي، وعدم الاتصال القابل للإزالة.

سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة يصف سلوك طرفي التمثيل البياني مسار المنحنى عند طرفيه، أو ماذا يحدث لقيم $f(x)$ عندما تتزايد أو تتناقص قيم x بلا حدود. ويمكنك استعمال مفهوم النهاية لوصف سلوك طرفي التمثيل.

سلوك طرفي التمثيل البياني من جهة اليسار (عندما تتناقص قيم x السالبة بلا حدود): $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

سلوك طرفي التمثيل البياني من جهة اليمين (عندما تتزايد قيم x الموجبة بلا حدود): $\lim_{x\to\infty} f(x)$

قد تؤول قيم $f(x)$ إلى سالب ما لانهاية أو موجب ما لا نهاية أو إلى قيمة محددة.

حدد ما اذا كانت كل دالة مما يلي متصلة عند قيمة x المعطاة. و برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال . و إذا كانت الدالة غير متصلة فحدد نوع عدم الاتصال : لا نهائي , قفزي , قابل للازالة .

$f(x) = \sqrt{x^2-4}$ عند $x = -5$	$f(x) = \frac{x}{x-1}$ عند $x = 1$	$f(x) = \frac{x-4}{x^2-5x+4}$ عند $x = 4, x = 1$	$f(x) = \begin{cases} 4x-1 , x \le -6 \\ -x+2 , x > -6 \end{cases}$ عند $x = -6$

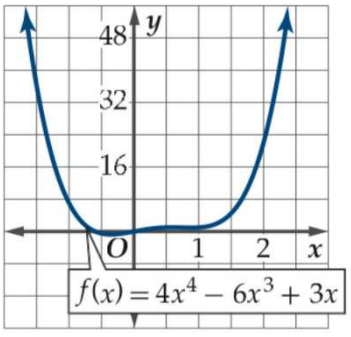
أعد تعريف كل دالة مما يلي عند القيمة المعطاة x , لتصبح الدالة متصلة عندها .

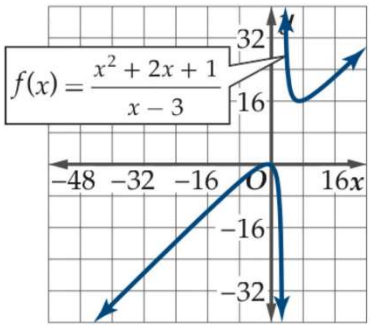
$f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$, $x = -3$	$f(x) = \frac{x^2-25}{x-5}$, $x = 5$	$f(x) = \frac{x^3-8}{x-2}$, $x = 2$

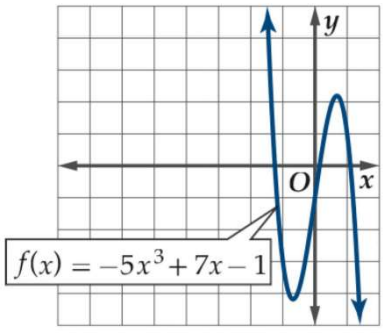
حدد الاعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكل دالة مما يأتي في الفترة المعطاة .

$f(x) = x^3 - x^2 - 3 , [-2,4]$	$f(x) = \frac{x^2-6}{x+4} , [-3,4]$

استعمل التمثيلات البيانية التالية لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني . ثم عزز إجابتك عدديا .







اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

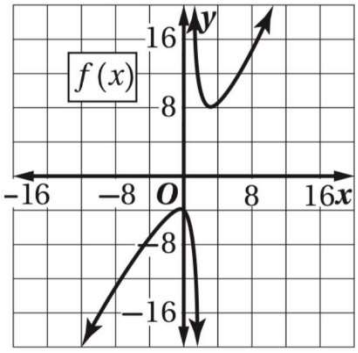
1) ماهي الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينهما الأصفار الحقيقية للدالة $f(x) = x^3 - 6x - 2$ في الفترة $[-3,0]$.

A) $[-3,-2],[-1,0]$
B) $[-3,-2]$
C) $[-2,-1],[-1,0]$
D) $[-1,0]$

2) أي الدوال الاتية لها عدم اتصال قابل للإزالة ؟

A) $f(x) = \frac{x}{x+3}$
B) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$
C) $f(x) = \frac{1}{x+3}$
D) $f(x) = x^3 - 3$

3) أي مما يأتي يصف سلوك طرف التمثيل البياني للدالة $f(x)$ من اليمين. (الرسم المجاور)



A) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$
B) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$
C) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 8$
D) $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

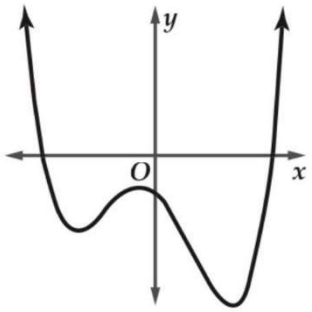
4) أي الدوال الاتية لها عدم اتصال لا نهائي ؟

A) $f(x) = \begin{cases} 2 , x < 0 \\ 3 , x \geq 0 \end{cases}$
B) $f(x) = \frac{x^2-49}{x-7}$
C) $f(x) = \frac{1}{2x-9}$
D) $f(x) = x^5 - x^3$

1) في أي الفترات الاتية يقع صفر الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} - 6$

A) $[6,7]$
B) $[7,8]$
C) $[8,9]$
D) $[9,10]$

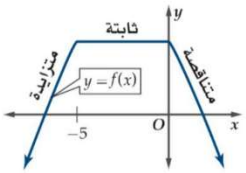
يبين التمثيل البياني المجاور منحنى دالة كثيرة الحدود $f(x)$. أي الأعداد الآتية يمكن أن يكون درجة للدالة $f(x)$.



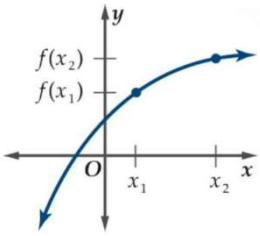
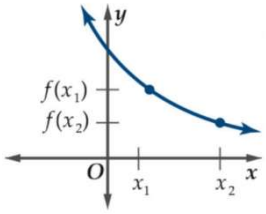
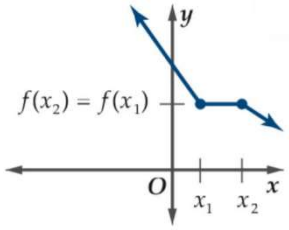
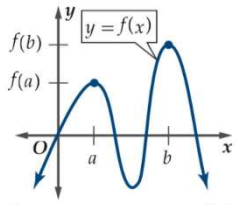
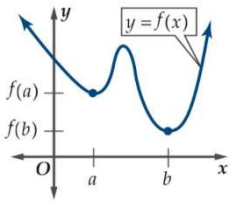
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-4 القيم القصوى و متوسط معدل التغير



التزايد والتناقص قد تكون الدالة متزايدة، أو متناقصة أو ثابتة على فترة معطاة. وتُسمى النقاط التي تتغير عندها الدالة من متزايدة إلى متناقصة أو العكس **نقاطًا حرجة**، وقد تكون النقطة الحرجة **صغرى محلية**، أو **صغرى مطلقة**، أو **عظمى محلية**، أو **عظمى مطلقة**. ويُستعمل المصطلح قيمة **قصوى** للدلالة على القيمة الصغرى أو العظمى.

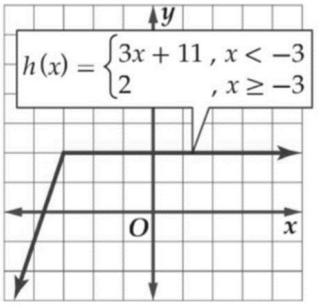
الدالة المتزايدة	الدالة المتناقصة	الدالة الثابتة
تكون الدالة f **متزايدة** على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة. لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$. 	تكون الدالة f **متناقصة** على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة . لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) > f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$. 	تكون الدالة f **ثابتة** على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في الفترة. لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$. عندما تكون $x_1 < x_2$. 
القيمة العظمى المحلية	**القيمة العظمى المطلقة**	
إذا وجدت قيمة للدالة وكانت أكبر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة سُمِّيَت قيمةً عظمى محليةً. تكون $f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f إذا وجدت فترة (x_1, x_2) تحتوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة (x_1, x_2) ، $f(a) \geq f(x)$.	إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة، وكانت أكبر قيمة للدالة في مجالها، سُمِّيَت قيمة عظمى مطلقة. تكون $f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f إذا كان لكل قيم x في مجالها، $f(b) \geq f(x)$.	 $f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f $f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f
القيمة العظمى المحلية	**القيمة العظمى المطلقة**	
إذا وجدت قيمة للدالة، وكانت أصغر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة، سُمِّيَت قيمةً صغرى محليةً. تكون $f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f إذا وجدت فترة (x_1, x_2) تحتوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة (x_1, x_2) ، $f(a) \leq f(x)$.	إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة وكانت أصغر قيمة للدالة في مجالها سُمِّيَت قيمةً صغرى مطلقةً. تكون $f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f إذا كان لكل قيم x في مجالها $f(b) \leq f(x)$.	 $f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f $f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f

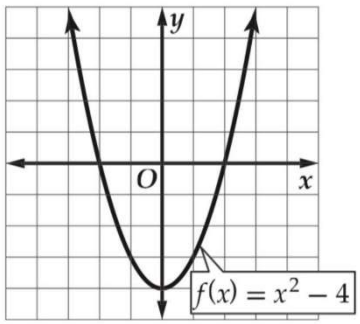
متوسط معدل التغير متوسط معدل التغير بين نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين.
نسمي المستقيم الواصل بين نقطتين على منحنى الدالة **قاطعًا**.
متوسط معدل التغير في الفترة $[x_1, x_2]$ هو ميل القاطع، m_{sec}.

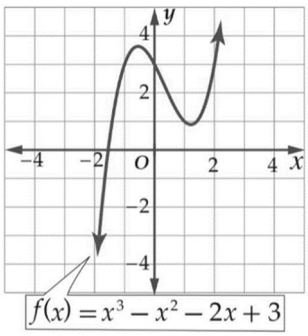
$$m_{\text{sec}} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

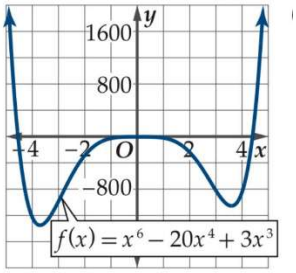
استعمل التمثيل البياني لكل من الدوال التالية لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة او متناقصة او ثابتة مقربة لأقرب 0.5 وحدة .

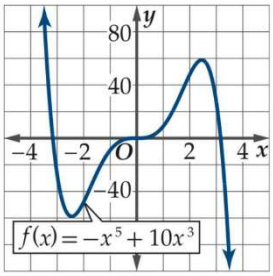


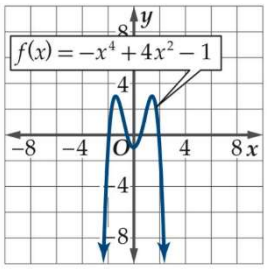


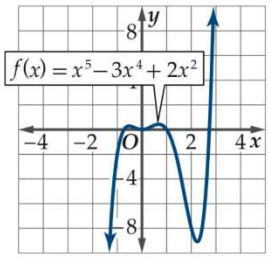


استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التى يكون للدالة $f(x)$ عندها قيم قصوى مقربة الى اقرب 0.5 وحدة . و اوجد قيم الدالة عندها, و بين نوع القيم القصوى .









أوجد متوسط معدل التغير للدوال التالية في الفترات المذكورة

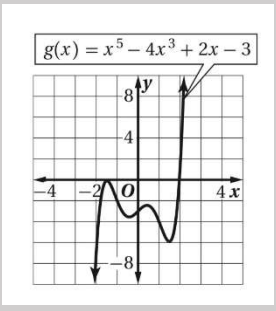
$f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x, [-5,-3]$	$f(x) = 3x^2 - 8x + 2, [4,8]$	$f(x) = \dfrac{x-3}{x}, [5,12]$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) قذف صاروخ من سطح الأرض الى أعلى , اذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض يعطى بالدالة $d(t) = -16t^2 + 72t$, حيث t تمثل الزمن بالثواني بعد قذفه , $d(t)$ تمثل المسافة التي يقطعها . اذا اهملت مقاومة الهواء , فأوجد السرعة المتوسطة للصاروخ في الفترة من 3 الى 4 ثوان .

$-56\ ft/s$ (A	$-40\ ft/s$ (B	$40\ ft/s$ (C	$56\ ft/s$ (D

2) من التمثيل البياني التالي القيمة العظمى المحلية مقدارها .....



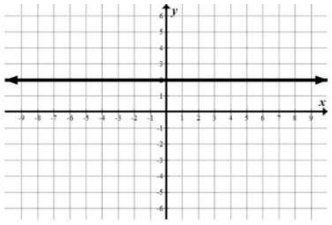
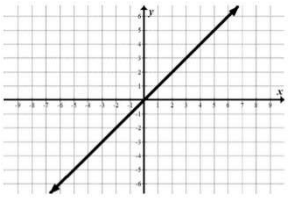
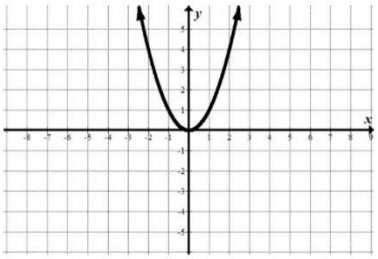
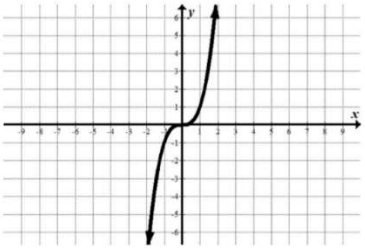
0 (A	-2.5 (B	1.5 (C	0.5 (D

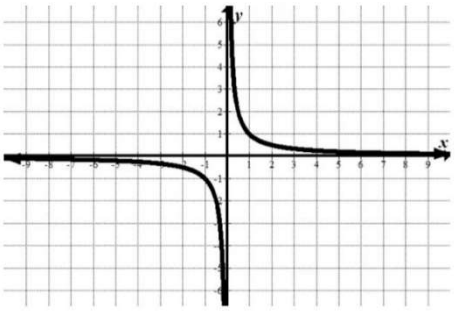
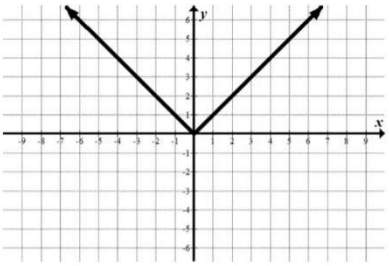
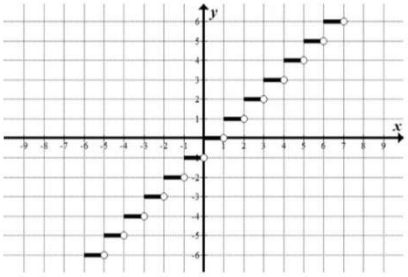
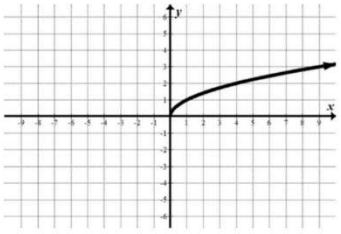
3) متوسط معدل التغيرللدالة التالية $f(x) = x^3 + 5x^2 - 7x - 4, [-3, -1]$

28 (A	-25 (B	-28 (C	25 (D

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-5 الدوال الرئيسية (الأم) و التحويلات الهندسية

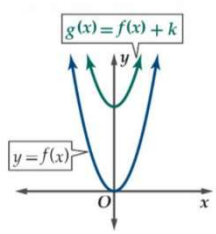
الدالة الرئيسية (الام)				التمثيل البياني
الدالة الثابتة	$f(x)=c$			 لتمثيل البياني هو مستقيم افقي
النوع	زوجية	مقطع y	c	
التماثل	حول y	مقطع x	لا يوجد	
المجال	R أو $(-\infty,\infty)$	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=c$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=c$	
المدى	$\{y: y=C\}$	الاتصال	متصلة على مجالها , ثابتة	
الدالة المحايدة	$f(x)=x$			 التمثيل البياني للدالة يمر بجميع النقاط التي احداثياتها (a,a)
النوع	فردية	مقطع y	0	
التماثل	حول $(0,0)$	مقطع x	0	
المجال	R أو $(-\infty,\infty)$	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$	
المدى	R أو $(-\infty,\infty)$	الاتصال	متصلة على مجالها , متزايدة في$(-\infty,\infty)$	
الدالة التربيعية	$f(x)=x^2$			 التمثيل البياني للدالة على صورة حرف U
النوع	زوجية	مقطع y	0	
التماثل	حول y	مقطع x	0	
المجال	R أو $(-\infty,\infty)$	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$	
المدى	R^+ أو $[0,\infty)$	الاتصال	متصلة على مجالها , **متزايدة في**$(0,\infty)$ متناقصة في $(-\infty,0)$	
الدالة التكعيبية	$f(x)=x^3$			 التمثيل البياني متماثل حول نقطة الاصل
النوع	فردية	مقطع y	0	
التماثل	حول $(0,0)$	مقطع x	0	
المجال	R أو $(-\infty,\infty)$	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$	
المدى	R أو $(-\infty,\infty)$	الاتصال	متصلة على مجالها , **متزايدة في**$(-\infty,\infty)$	

الدالة الرئيسية (الام)			التمثيل البياني
دالة المقلوب	$f(x)=\frac{1}{x}$		
النوع	فردية	مقطع y	لا يوجد	
التماثل	حول $(0,0)$	مقطع x	لا يوجد	
المجال	$R-\{0\}$أو $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$	
المدى	$R-\{0\}$أو $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$	الاتصال	عدم اتصال لا نهائي عند $x=0$, متناقصة في$(0,\infty)$ متناقصة في $(-\infty,0)$	التمثيل البياني للدالة مكون من جزئين
دالة القيمة المطلقة	$f(x)=\lvert x\rvert$		
النوع	زوجية	مقطع y	0	
التماثل	حول y	مقطع x	0	
المجال	$(-\infty,\infty)$ أو R	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$	
المدى	$[0,\infty)$ أو R^+	الاتصال	متصلة على مجالها , متزايدة في$(0,\infty)$ متناقصة في $(-\infty,0)$	التمثيل البياني للدالة على صورة حرف V
دالة أكبر عدد صحيح	$f(x)=[x]$		
النوع	لا يوجد	مقطع y	0	
التماثل	لا يوجد	مقطع x	عند $[0,1)$	
المجال	R	سلوك الدالة	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$	
المدى	Z	الاتصال	عدم اتصال قفزي , ثابتة عند $x\notin Z$ متزايدة عند $x\epsilon z$	دالة اكبر عدد صحيح أقل من او يساوي x , وهي نوع من أنواع الدوال الدرجية
دالة الجذر التربيعي	$f(x)=\sqrt{x}$		
النوع	لا يوجد	مقطع y	0	
التماثل	لا يوجد	مقطع x	0	
المجال	$[0,\infty)$ أو R^+	سلوك الدالة	$\lim_{x\to0} f(x)=0$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$	
المدى	$[0,\infty)$ أو R^+	الاتصال	متصلة على مجالها , متزايدة في $[0,\infty)$	التمثيل البياني للدالة في الربع الاول

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

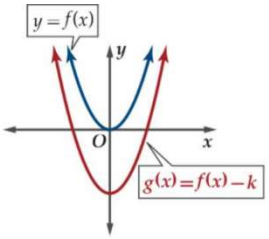
التحويلات الهندسية للدوال (الأم) : يمكن اجراء تحويل للدالة الرئيسية لإنشاء منحنيات أخرى في عائلة هذه الدالة .

الانسحاب (الإزاحة) : احد التحويلات القياسية التي تنقل منحنى الدالة للأعلى او للأسفل او الى اليمين او الى اليسار.



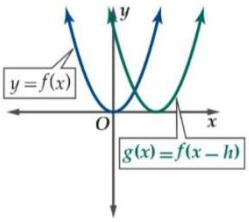
$g(x)=f(x)+k$ هو منحنى $f(x)$ مزاحاً

$|k|$ وحدة الى اعلى عندما $k>0$



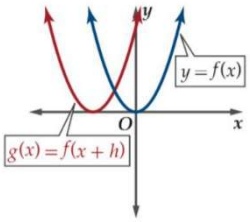
$g(x)=f(x)-k$ هو منحنى $f(x)$ مزاحاً

$|k|$ وحدة الى اعلى عندما $k>0$



$g(x)=f(x-h)$ هو منحنى $f(x)$ مزاحاً

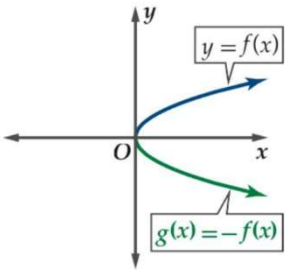
$|h|$ وحدة الى اليمين عندما $h>0$



$g(x)=f(x+h)$ هو منحنى $f(x)$ مزاحاً

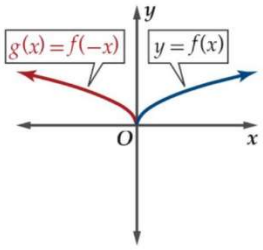
$|h|$ وحدة الى اليسار عندما $h<0$

الانعكاس : احد التحويلات القياسية الذي يكون لمنحنى الدالة صورة مرآة بالنسبة لمستقيم محدد.



$g(x)=-f(x)$ هو انعكاس منحنى $f(x)$

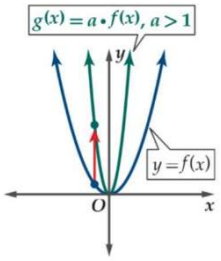
انعكاس حول محور x



$g(x)=f(-x)$ هو انعكاس منحنى $f(x)$

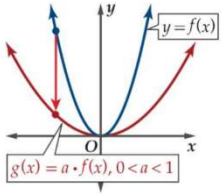
انعكاس حول محور y

التمدد : هو تحويل غير قياسي يؤدي الى تضييق (ضغط) او توسع (مط) منحنى الدالة رأسيا أو افقيا.



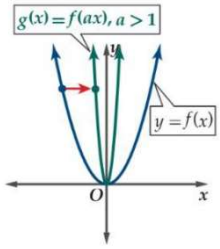
$g(x)=a.f(x)$ (a عدد موجب) هو تمدد لمنحنى $f(x)$

$1<a$ توسع رأسي



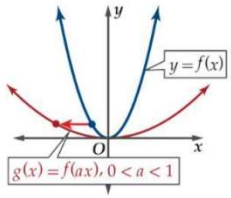
$g(x)=a.f(x)$ (a عدد موجب) هو تمدد لمنحنى $f(x)$

$0<a<1$ تضييق رأسي



$g(x)=f(a.x)$ (a عدد موجب) هو تمدد لمنحنى $f(x)$

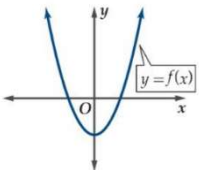
$1<a$ تضييق أفقي



$g(x)=f(a.x)$ (a عدد موجب) هو تمدد لمنحنى $f(x)$

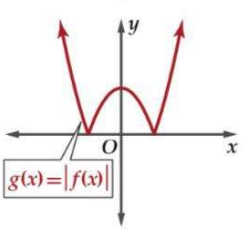
$0<a<1$ توسع أفقي

التحويلات الهندسية مع دوال القيمة المطلقة : تحويل هندسي غير قياسي.



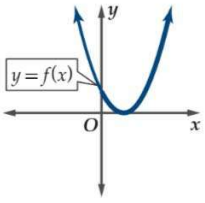
$g(x)=|f(x)|$

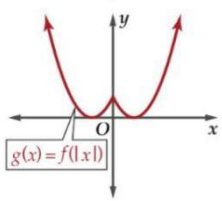
يغير هذا التحويل الهندسي أي جزء من منحنى الدالة يقع تحت المحور x ليصبح فوقه بالانعكاس حول المحور x.



$g(x)=f(|x|)$

يغير هذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الموجود الى يسار المحور y و يضع مكانه صورة جزء المنحنى الواقع الى يمين المحور y بالانعكاس حول المحور y.





MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

عين الدالة الرئيسية (الأم) $f(x)$ للدالة $g(x)$, ثم صف العلاقة بين منحنى $g(x)$ و منحنى $f(x)$ ((التحويلات الهندسية))

$g(x)=3\|x\|-4$	$g(x)=3\sqrt{x+8}$	$g(x)=\frac{4}{x+1}$

صف العلاقة بين منحنيي الدالتين : $f(x)=\|x\|$ و $g(x)=-\|x\|-2$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) أي منحنيات الدوال الاتية ناتج عن توسع رأسي , ثم انعكاس حول محور x لمنحنى الدالة $g(x)=x^2$

A	$f(x)=\frac{1}{3}x^2$	B	$f(x)=-3x^2$	C	$f(x)=-\frac{1}{x^2+3}$	D	$f(x)=-\frac{1}{3}x^2$

2) ما الانسحاب الذي يُجرى على الدالة الرئيسية (الأم) $P(x)=x^3$ للحصول على الدالة $p(x)=(x-7)^3$

A	7 وحدات الى أسفل	B	7 وحدات الى أعلى	C	7 وحدات الى اليسار	D	7 وحدات الى اليمين

3) مالدالة الناتجة عن إجراء التحويلات الهندسية : تضييق أفقي معامله 2 ' و توسع رأسي , و انعكاس حول المحور y على الدالة الرئيسية (الأم) $f(x)=\sqrt{x}$

A	$f(x)=-2\sqrt{3x}$	B	$f(x)=-3\sqrt{2x}$	C	$f(x)=2\sqrt{-3x}$	D	$f(x)=3\sqrt{-2x}$

4) ما الانسحابات التي أجريت على الدالة $h(x)=[x]$, بحيث نتجت الدالة $h(x)=[x+9]-5$

A	9 وحدات الى اليسار و 5 وحدات الى الأسفل.	B	5 وحدات الى اليسار و 9 وحدات الى الأسفل.	C	9 وحدات الى اليمين و 5 وحدات الى الأسفل.	D	5 وحدات الى اليمين و 9 وحدات الى أعلى.

5) ما التحويلات الهندسية التي تمت على الدالة (الام)$f(x)=[x]$ لتمثيل الدالة $f(x)=2[x-3]+4$

A	توسع رأسي انسحاب 3 وحدات الى اليسار انسحاب 4 وحدات للأعلى	B	تضييق رأسي انسحاب 3 وحدات الى اسفل انسحاب 4 وحدات الى اليسار	C	توسع رأسي انسحاب 3 وحدات الى اليمين انسحاب 4 وحدات للأعلى	D	تضييق رأسي انسحاب 3 وحدات الى اسفل انسحاب 4 وحدات الى اليمين

6) هو تحويل غير قياسي يؤدي الى تضييق (ضغط) او توسع (مط) منحنى الدالة رأسيا أو افقيا.

A	الدوران	B	الانسحاب	B	الانعكاس	D	التمدد

7) احد التحويلات القياسية الذي يكون لمنحنى الدالة صورة مرآة بالنسبة لمستقيم محدد.

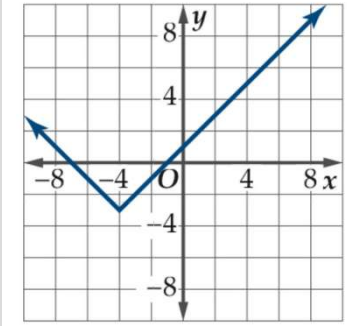
A	الدوران	B	الانسحاب	B	الانعكاس	D	التمدد

8) الدالة الأم للدالة $f(x)=-(x+3)^3$

A	$f(x)=(x+3)^3$	B	$f(x)=x^2$	C	$f(x)=x^3$	D	$f(x)=-x^3$

9) أي الدوال التالية يمثلها التمثيل البياني المجاور ؟

$f(x)=\cdots$



A	$\|x-4\|-3$	B	$\|x-4\|+3$	C	$\|x+4\|-3$	D	$\|x+4\|+3$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-6 العمليات على الدوال و تركيب دالتين

العمليات على الدوال يمكن إجراء عمليات الجمع، الطرح، الضرب، والقسمة على دالتين لتكوين دالة جديدة. ويكون مجال الدالة الجديدة هو تقاطع مجالي الدالتين عدا القيم التي تجعل المقام صفرًا.

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$
$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$
$$(fg)(x) = f(x) \times g(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

تطبيق : إذا كانت $f(x) = x^2 - 2x, g(x) = 3x - 4, h(x) = -2x^2 + 1$

فأوجد الدوال التالية وحدد مجالها؟ $(f+g)(x), (f-h)(x), (f \cdot g)(x), (\frac{h}{f})(x)$

تركيب الدوال نستعمل قيمة إحدى الدالتين في تركيب الدوال لإيجاد قيمة الدالة الثانية عند تلك القيمة. إذا أُعطيت الدالتان f و g، فإنه يمكن تعريف تركيب الدالتين $f \circ g$ على الصورة $[f \circ g](x) = f[g(x)]$. ويتضمن مجال $f \circ g$ كل قيم x من مجال الدالة g التي تكون عندها قيم $g(x)$ في مجال f.

إذا كانت $f(x) = 6x^2 - 4, g(x) = x + 2$ فأوجد $[fog](3), [gof](x), [fog](x)$

إذا كانت $f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = x^2 - 1$ حدد مجال الدالة fog متضمنا القيود الضرورية , ثم أوجد fog

إرشادات للدراسة

تحديد مجالي الدالتين :
من المهم تعرّف مجالي الدالتين قبل تركيبهما؛ لأن القيود على مجالات الدوال قد لا تكون واضحة بعد إجراء عملية التركيب وتبسيطها.

المحتوى الرياضي

تركيب الدوال عملية تركيب الدوال بشكل عام ليست إبدالية، لكن هناك بعض أزواج من الدوال يكون فيها $f(g(x)) = g(f(x))$. إذا كان $f(g(x)) = g(f(x)) = x$، فإن كلًّا من f و g دالة عكسية للأخرى.

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x) = [fog](x)$ و على الا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كلا مما يلي :

1) $h(x) = \frac{1}{x+7}$

2) $h(x) = \sqrt{4x+2} + 7$

أعمال: أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

A) عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d.

B) أوجد $[c \circ d](x)$ و $[d \circ c](x)$. وماذا يعني كلٌّ منهما؟

C) أي التركيبين $c \circ d$ أو $d \circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

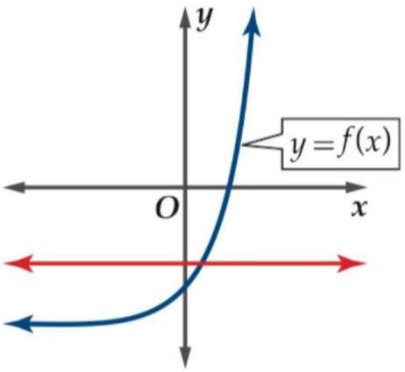
اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
1) إذا كانت $f(x)=2x-3\ ,\ g(x)=4x^2$ فأوجد $[fog](x)$							
A	$4x^2+2x-3$	B	$8x^2-3$	C	$16x^2-48x+36$	D	$8x^3-12x^2$
2) إذا كانت $f(x)=x-3\ ,\ g(x)=2x-4$ فأوجد $(f+g)(x)$							
A	$3x-7$	B	$-x-7$	C	$-x+1$	D	$3x+1$
3) إذا كانت $f(x)=x^2+1\ ,\ g(x)=2x$ فأوجد $[fog](x)$							
A	$2x^2+2$	B	$2x^2+1$	C	x^2+4x+4	D	$4x^2+1$
4) إذا كانت $f(x)=x^2+1\ ,\ g(x)=\frac{1}{x}$ فأوجد $[fog](x)$							
A	$x+\frac{1}{x}$	B	$\frac{1}{x^2}$	C	$\frac{1}{x^2+1}$	D	$\frac{1}{x^2}+1$
5) إذا كانت $f(x)=x^2+4\ ,\ g(x)=\sqrt{x}$ فأوجد مجال الدالة $(f+g)(x)$							
A	R	B	$x<0$	C	$x>0$	D	$x\geq 0$
6) إذا كانت $f(x)=x^2+5x+6\ ,\ g(x)=x+2$ فأوجد مجال الدالة $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$							
A	R	B	$x\neq 0$	C	$R-\{-2\}$	D	$R-\{2\}$
7) إذا كانت $f(x)=\frac{1}{x+1}, g(x)=x^2-4$ فأوجد مجال fog							
A	R	B	$x\neq 1$	C	$x\neq \pm\sqrt{3}$	D	$x\neq \pm 3$
8) إذا كانت $f(x)=\sqrt{x+4}\ ,\ g(x)=x^2-4$ فأوجد مجال fog							
A	R	B	$x\neq \pm 4$	C	$x\neq 0$	D	$x>0$
9) إذا كانت $f(x)=2x-3\ ,\ g(x)=4x-8$ فأوجد $[fog](6)$							
A	19	B	16	C	29	D	35
10) اذا كانت $[fog](x)=\|4x+8\|-9$ فإن							
A	$f(x)=\|4x\|-9$ $g(x)=x+8$	B	$f(x)=\|x\|-9$ $g(x)=4x+8$	C	$f(x)=\|x\|-8$ $g(x)=4x+9$	D	$f(x)=4x-9$ $g(x)=\|x\|+8$
11) اذا كانت $h(x)=2(x-5)^2\ ,\ g(x)=x^2+9x+21$ فإن $h[g(x)]$							
A	x^4+18x^3 $+113x^2+288x$ $+256$	B	$2x^4+36x^3$ $+226x^2+576x$ $+512$	C	$3x^4+54x^3$ $+339x^2+864x$ $+768$	D	$4x^4+72x^3$ $+452x^2$ $+1152x+1024$
12) إذا كان $f(2)=3\ ,\ g(3)=2\ ,\ f(3)=4\ ,\ g(2)=5$ فما قيمة $[fog](3)$							
A	2	B	3	C	4	D	5
13) اذا كانت $f(x)=x^3-1\ ,\ g(x)=x+7$ فإن $(f-g)(x)$							
A	x^3-x-8	B	x^3+x+8	C	x^3+x+6	D	x^3-x+8
14) اذا كانت $f(x)=x^3-1\ ,\ g(x)=x+7$ فإن $(f\cdot g)(x)$							
A	x^4-7x^3-x+7	B	x^4+7x^3-x-7	C	x^4+4x^3-x+1	D	x^4-7x^3+2x-7
15) اذا كانت $f(x)=x-6\ ,\ g(x)=x^2-36$ فإن $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$							
A	$\frac{1}{x+5}$	B	$\frac{1}{x^2+36}$	C	$\frac{1}{x+6}$	D	$\frac{1}{x-6}$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

1-7 العلاقات و الدوال العكسية

الدوال العكسية والدوال المتباينة تكون كل من العلاقتين A, B علاقة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كان الزوج المرتب (b, a) موجودًا في إحداهما فإن الزوج المرتب (a, b) يكون موجودًا في الأخرى.
ويُرمز للدالة العكسية للدالة f بالرمز $f^{-1}(x)$.
يوجد للدالة دالة عكسية إذا وفقط إذا قطع أي مستقيم أفقي منحنى الدالة في نقطة واحدة على الأكثر، وهذا يُعرف **باختبار الخط الأفقي**. وإذا حقّقت الدالة اختبار الخط الأفقي، فتكون دالة متباينة؛ لأن x ترتبط بقيمة واحدة فقط من y.

اختبار الخط الأفقي

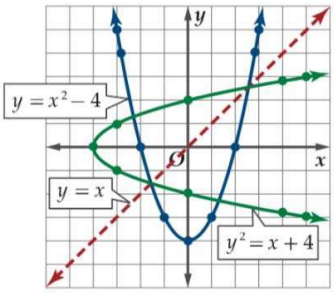


العلاقة $y = x^2 - 4$

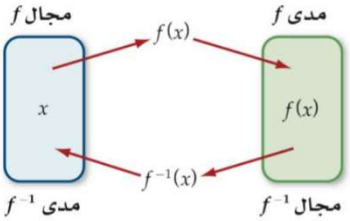
x	y
−3	5
−2	0
−1	−3
0	−4
1	−3
2	0
3	5

العلاقة العكسية $x = y^2 - 4$ أو $y^2 = x + 4$

x	y
5	−3
0	−2
−3	−1
−4	0
−3	1
0	2
5	3



إيجاد الدوال العكسية : لإيجاد الدالة العكسية جبريا, اتبع ما يلي :



الخطوة 1: استعمل اختبار الخط الأفقي للتأكد من وجود دالة عكسية.

الخطوة 2: ضع y مكان $f(x)$، ثم بدّل بين الرمزين x و y.

الخطوة 3: حُلّ بالنسبة إلى y، ثم ضع $f^{-1}(x)$ مكان y.

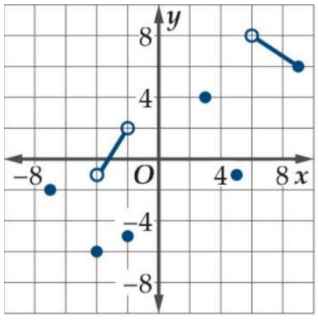
الخطوة 4: ضع قيودًا على المجال إن وجدت.

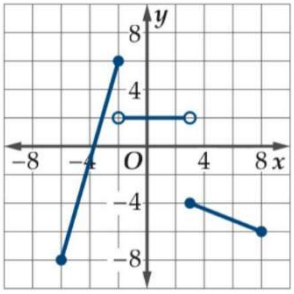
يمكنك التحقق من صحة حلك بإثبات أن $f[f^{-1}(x)] = x$ و $f^{-1}[f(x)] = x$، بمعنى آخر، أن يعطي التركيب الناتج عن الدالة وعكسها الدالة المحايدة دائمًا.
إذا أُعطيت منحنى دالة، فإنه يمكنك تمثيل دالتها العكسية بيانيًّا بتحديد نقاط على منحنى $f(x)$، ثم تحديد صورها بالانعكاس حول المحور $y = x$. غيّر موقعي الإحداثيين x ، y ، ثم صل النقاط بمستقيم أو منحنى أملس.

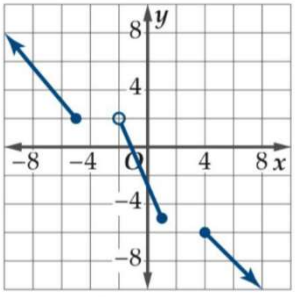
قراءة الرياضيات

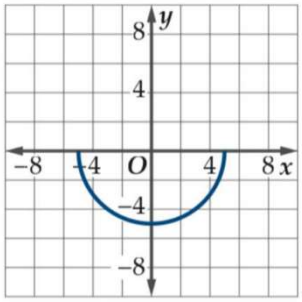
الدوال القابلة للعكس:
يقال للدالة التي تكون دالتها العكسية موجودة: دالة قابلة للعكس.

حدد ما إذا كانت الدالة العكسية موجودة في كل مما يأتي أم لا ؟









MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) أي الدوال الاتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=\frac{3x-5}{2}$

A	$g(x)=\frac{2x+5}{3}$	B	$g(x)=\frac{3x+5}{2}$	C	$g(x)=2x+5$	D	$g(x)=\frac{2x-5}{3}$

2) أي الدوال التالية لها دالة عكسية ؟

A	$f(x)=x^2-1$	B	$f(x)=x^3-2x$	C	$f(x)=\sqrt{x+4}$	D	$f(x)=-1$

3) منحنى الدالة ..... تحقق اختبار الخط الأفقي دائما .

A	المتباينة	B	العكسية	C	الثابتة	D	لا شيء مما ذكر

4) أي الدوال الاتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=2x+9$

A	$f^{-1}(x)=-2x-9$	B	$f^{-1}(x)=-9-2x$	C	$f^{-1}(x)=\frac{x-9}{2}$	D	$f^{-1}(x)=\frac{9-x}{2}$

5) أي الدوال الاتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=2\sqrt{x}+3$

A	$f^{-1}(x)=\left(\frac{x-3}{2}\right)^2$	B	$f^{-1}(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}-3$	C	$f^{-1}(x)=\left(\frac{x+3}{2}\right)^2$	D	$f^{-1}(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}+3$

في كل مما يأتي أوجد الدالة العكسية f^{-1} ان أمكن , و حدد مجالها و القيود عليه , و اذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب (غير موجودة)

$f(x)=\sqrt[3]{x-1}$	$f(x)=4x^5-8x^4$	$f(x)=\sqrt{x+8}$	$f(x)=\frac{x-6}{x}$

أثبت جبريا ان كلا من الدالتين g , f تمثل دالة عكسية للأخرى في كل مما يأتي :

$f(x)=4x+9$ $g(x)=\frac{x-9}{4}$	$f(x)=2x+3$ $g(x)=\frac{x-3}{2}$	$f(x)=18-3x$ $g(x)=6-\frac{x}{3}$	$f(x)=x^2+10\,,x\geq 0$ $g(x)=\sqrt{x-10}$

كهربائي : إذا كان المبلغ الذي يتقاضاه كهربائي يعبر عنه بالدالة $f(x)=60+55x$, حيث x عدد ساعات العمل .

أوجد الدالة العكسية للدالة المعطاة.	ماذا يمثل x في الدالة العكسية؟	إذا تقاضى الكهربائي 255 ريالا , فكم ساعة عمل ؟

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي