تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

مصادر المعلم للأنشطة الصفية لفصل المعادلات الخطية

موقع المناهج ⇦ المناهج السعودية ⇦ الصف الثالث المتوسط ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-08-19 11:00:19

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث المتوسط

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "الصف الثالث المتوسط"

المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث المتوسط والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	خطة توزيع منهج الرياضيات على أسابيع الفصل الأول للعام 1446هـ
2	حل أسئلة اختبار نهائي الدور الأول
3	مراجعة نهائية عامة
4	مراجعة الفصل الأول كاملاً تحليل الدوال
5	مراجعة محلولة للفصل الثالث الدوال الخطية

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثالث المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الأول: المعادلات الخطية

١٤٣٤ هـ - ٢٠١٣ م

يوزع مجانًا ولا يباع

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Algebra 1

الرياضيات ـ الصف الثالث المتوسط
مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، والتي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، حيث نطمح أن يساعدك التنوُّع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطِّي درسًا من دروس كتاب الطالب، حيث يمكنك أن تطلب إلى الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كلٍّ منهم؛ سواءً داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وتشمل هذه التدريبات الأنواع التالية:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابَي الطالب والتمارين، وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة، ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب، وهي موجَّهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام، وهذه التدريبات موجَّهة إلى الطلاب ذوي المستوى فوق المتوسط.

ملحق الإجابات:

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ١-١ المعادلات

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حل المسألة ٨

التدريبات الإثرائية ٩

الدرس ١-٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

تدريبات إعادة التعليم ١٠

تدريبات حل المسألة ١٢

التدريبات الإثرائية ١٣

الدرس ١-٣ حل المعادلات متعددة الخطوات

تدريبات إعادة التعليم ١٤

تدريبات حل المسألة ١٦

التدريبات الإثرائية ١٧

الدرس ١-٤ حل المعادلات الّتي تحتوي متغيّرًا في طرفيها

تدريبات إعادة التعليم ١٨

تدريبات حل المسألة ٢٠

التدريبات الإثرائية ٢١

الدرس ١-٥ حل المعادلات الّتي تتضمّن القيمة المطلقة

تدريبات إعادة التعليم ٢٢

تدريبات حل المسألة ٢٤

التدريبات الإثرائية ٢٥

ملحق الإجابات ٢٦-٣٦

١-١ تدريبات إعادة التعليم

المعادلات

حلّ المعادلات: تسمّى الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموزًا **جملة مفتوحة**.

تحلّ الجمل المفتوحة بإيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة. تسمّى مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحلّ **مجموعة التعويض**. وتسمّى مجموعة حلول الجملة المفتوحة **مجموعة الحل**. والجملة التي تحتوي على إشارة مساواة (=) تسمى **المعادلة**.

مثال ١ **أوجد مجموعة الحل للمعادلة ٣أ + ١٢ = ٣٩ إذا كانت مجموعة التعويض {٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}.**

عوّض عن أ في المعادلة ٣أ +١٢ = ٣٩ بقيم مجموعة التعويض جميعها.

٣ (٦) +١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٠ ≠ ٣٩ خطأ

٣ (٧) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٣ ≠ ٣٩ خطأ

٣ (٨) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٦ ≠ ٣٩ خطأ

٣ (٩) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٩ = ٣٩ صحيحة

٣ (١٠) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٤٢ ≠ ٣٩ خطأ

بما أن المعادلة صحيحة عندما أ = ٩، فإن حل المعادلة ٣أ+ ١٢ = ٣٩ هو ٩، وتكون مجموعة الحل {٩}.

مثال ٢ **ما حل المعادلة $\frac{(١+٣)٢}{(٤-٧)٣}$ = ب ؟**

$ب = \frac{(١+٣)٢}{(٤-٧)٣}$ المعادلة الأصلية

$ب = \frac{٢(٤)}{٣(٣)}$ اجمع في البسط واطرح في المقام

$ب = \frac{٨}{٩}$ بسّط

الحل هو $\frac{٨}{٩}$

تمارين

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (س) تنتمي إلى مجموعة التعويض $\{\frac{١}{٤}، \frac{١}{٢}، ١، ٢، ٣\}$، و (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض {٢، ٤، ٦، ٨}.

١) $س + \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$ ٢) س + ٨ = ١١ ٣) ص − ٢ = ٦

٤) $س^{٢} - ١ = ٨$ ٥) $ص^{٢} - ٢ = ٣٤$ ٦) $س^{٢} + ٥ = ٥\frac{١}{١٦}$

٧) ٢(س + ٣) = ٧ ٨) $(ص+١)^{٢} = \frac{٩}{٤}$ ٩) $ص^{٢} + ص = ٢٠$

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي:

١٠) $أ = ٢^{٣} - ١$ ١١) $ن = ٢٦^{٢} - ٢٤$ ١٢) $و = ٢٦ \times ٣^{٢}$

١٣) $\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٨} = ك$ ١٤) $ب = \frac{٣-١٨}{٣+٢}$ ١٥) $ت = \frac{٦-١٥}{٢٤-٢٧}$

١٦) ١٨,٤ − ٣,٢ = جـ ١٧) ل = ٩,٨ + ٥,٧ ١٨) $جـ = ٣\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٤}$

١-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)

المعادلات

حلّ معادلات بمتغيرين: تحوي بعض المعادلات متغيرين، لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني.

مثال

أناشيد دينية: يشترك عمر في خدمة تنزيل أناشيد دينية على هاتفه، فيدفع ٥,٩ ريالات كل شهر بالإضافة إلى ٠,٨٩ ريال لكل نشيد يقوم بتنزيله. اكتب معادلة وحلّها؛ لإيجاد التكلفة الكلية التي يدفعها عمر لتنزيل ١٠ أناشيد.

قيمة اشتراك هذه الخدمة ثابتة. والمتغير هو عدد الأناشيد الذي ينزلها. والتكلفة الكلية هي قيمة اشتراك الخدمة بالإضافة إلى ٠,٨٩ ريال مضروبة في عدد الأناشيد.

ت = ٠,٨٩ ن + ٥,٩٩

لإيجاد التكلفة الكلية شهريًّا، عوّض بـ ١٠ بدلًا من ن في المعادلة.

ت = ٠,٨٩ ن + ٥,٩٩ المعادلة الأصلية

ت = ٠,٨٩ × ١٠ + ٥,٩٩ عوّض بـ ١٠ بدلًا من ن

= ٨,٩ + ٥,٩٩ اضرب

= ١٤,٨٩

إذن التكلفة الكلية التي يدفعها عمر لتنزيل الأناشيد شهريًّا تساوي ١٤,٨٩ ريالًا.

تمارين

١) **تأجير سيارات:** يتقاضى مكتب لتأجير السيارات ٩٥ ريالًا أجرة يوميةً عن السيارة، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل كيلو متر زائد عن الحد المسموح به يوميًّا. اكتب معادلة وحلها؛ لإيجاد تكلفة استئجار سيارةٍ يومًا بالإضافة إلى ٤٠ كيلو مترًا زائدة عن الحد المسموح به يوميًّا.

٢) **رسوم شحن:** شحن خالد طردًا كتلته ٣٠ كيلو جرامًا. إذا كانت رسوم الشحن ١٥ ريالًا، بالإضافة إلى ٠,٨٥ ريال لكل كيلو جرام. اكتب معادلة وحلّها لإيجاد التكلفة التي دفعها خالد أجرة شحن الطرد.

٣) **صوت:** إذا كانت سرعة الصوت ٣٣١ م/ ث في الهواء عند درجة حرارة صفر مئوي، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد المسافة التي يقطعها الصوت في ٨ ثوانٍ تحت الظروف نفسها.

٤) **كرة طائرة:** أرادت بلدية إحدى المدن بناء ملعب كرة طائرة، أبعادة ٤٠ قدمًا في ٧٠ قدمًا تقريبًا، وسطح الملعب من الرمل بعمق ١ قدم، وسيحتاج الملعب حوالي ١٦٦ طنًّا من الرمل. إذا كان ثمن الرمل ١١ ريالًا لكل طنٍّ، بالإضافة إلى ٣ ريالاتٍ أجرة توصيل كل طنٍّ، فاكتب معادلة وحلَّها لإيجاد مجموع ثمن الرمل الذي يكفي الملعب.

١-١ تدريبات حل المسألة

المعادلات

١) **توقيت:** ينقص التوقيت في المملكة العربية السعودية ساعة واحدة عن التوقيت في الإمارات العربية المتحدة، ويزيد ساعة واحدة على التوقيت في المملكة الأردنية الهاشمية. اكتب معادلة لتحديد الوقت في المملكة الأردنية الهاشمية، إذا كان الوقت ١٢ ظهرًا في الإمارات العربية المتحدة.

٢) **تغذية:** تحتوي حبة البطاطس المتوسطة الحجم على ٢٦ جرامًا من الكربوهيدرات. اكتب معادلة لتجد كمية الكربوهيدرات في ٥ حبات بطاطس متوسطة الحجم وحلّها.

٣) **أعمال يدوية:** تحتاج ندى إلى ٣٠ مترًا من خيوط غزل من أجل عمل وشاح صغير. فإذا اشترت كرة غزل طول خيطها ١٠٠ متر، واستعملت ١٠ مترات منها، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الأوشحة التي تستطيع عملها إذا خططت لاستعمال كرة غزل واحدة.

٤) **مسافات:** اشترى عبدالرحمن سيارة مستعملة، وكانت قراءة العدّاد فيها تشير إلى أنها قطعت مسافة ٢٨٠٠٠ كيلومتر، وكان عبدالرحمن يقطع بالسيارة بعد شرائها ٤٠ كلم يوميًّا. اكتب معادلة وحُلّها لمعرفة قراءة العداد بعد ٣٠ يومًا.

٥) **رحلة برية:** خرج عدد من الأشخاص في رحلة برية، وعند الغداء استعملوا عددًا من الصحون الورقية تساوي ضعف عددهم، إضافة إلى ٥ صحون أخرى. إذا كان عدد الأشخاص ١٢ شخصًا، فاكتب معادلة لإيجاد عدد الصحون اللازمة وحلّها.

٦) **مركبات:** طوّرت مؤخرًا سيارات هجينة تحتوي على نظامين: كهربائي وآخر يعمل بالبنزين. في حين تخزن بطاريات السيارة الهجينة طاقة إضافية، مكتسبة من استخدام المكابح. وبما أن السيارة الهجينة تستطيع استعمال الطاقة المخزونة للتقوية، فإنها تستهلك بنزينًا أقل لكل كيلو متر تقطعه، مقارنة بالسيارة التي تعمل بالبنزين فقط. افترض أن سيارة هجينة جديدة قطعت مسافة ١٩ كيلومترًا لكل لتر من البنزين:

أ) إذا كانت تكلفة ملء خزان البنزين ٣٦ ريالًا، وكان ثمن لتر البنزين ٠,٦ ريال، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد مسافة تقطعها سيارة هجينة مستهلكة خزانًا واحدًا من البنزين.

ب) اكتب معادلة وحلّها لإيجاد ثمن البنزين لكل كيلومتر لهذه السيارة الهجينة.

١-١ التدريبات الإثرائية
مجموعات الحل

اقرأ الجملة المفتوحة الآتية :

اسم شهر يقع بين شعبان وذي الحجة.

تعرف أنه يتعيّن التعويض عن المتغير لتحديد ما إذا كانت الجملة صحيحة أو خطأ.

إذا عوضت برمضان أو شوال أو ذي القعدة فإن الجملة صحيحة. تُسمّى المجموعة {رمضان، شوال، ذو القعدة} مجموعة حلّ الجملة المفتوحة المعطاة أعلاه. تحتوي هذه المجموعة على جميع التعويضات التي تجعل الجملة صحيحة بدلًا من المتغير.

اكتب مجموعة الحلّ لكلّ جملة مفتوحة فيما يأتي:

١) منطقة إدارية سعودية تبدأ بحرف ت.

٢) لون أساسي.

٣) دولة عاصمتها سراييفو.

٤) منطقة إدارية تقع شرق السعودية.

٥) س + ٤ = ١٠

٦) اسم شهر هجري يحتوي على حرف ر.

٧) أوّل زوجات الرسول محمد عليه الصلاة والسلام.

٨) عدد زوجي بين ١، ١٣.

٩) ٣١= ٧٢ – ك

١٠) مربع العدد ٢ أو ٣ أو ٤

اكتب جملة مفتوحة لكلّ مجموعة حل فيما يأتي:

١١) {أ، م، ح، د}

١٢) {١، ٣، ٥، ٧، ٩}

١٣) { رجب، ذو القعدة، ذو الحجة، شوال }

١٤) {الأطلسي، الهادي، الهندي، القطبي الشمالي}

٢-١ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حلّ المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح: إذا كانت المعادلة صحيحة، وأضيف العدد نفسه إلى كلّ من طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا. وستساعدك هذه الخاصية بصورة عامة على حلّ المعادلة التي تتضمن عملية الطرح، وبالمثل إذا كانت المعادلة صحيحة، وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا. وستساعدك هذه الخاصيّة على حلّ المعادلات التي تتضمّن عملية الجمع.

خاصيّة الجمع في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان أ = ب، فإن أ + جـ = ب + جـ
خاصيّة الطرح في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان أ = ب، فإن أ – جـ = ب – جـ

مثال ١ حلّ المعادلة: م – ٣٢ = ١٨

م – ٣٢ = ١٨	المعادلة الأصلية
م – ٣٢ + ٣٢ = ١٨ + ٣٢	أضف ٣٢ إلى كلا الطرفين
م = ٥٠	بسّط

إذن الحل هو ٥٠

مثال ٢ حلّ المعادلة: ٢٢ + ب = –١٢

٢٢ + ب = –١٢	المعادلة الأصلية
٢٢ + ب – ٢٢ = –١٢ – ٢٢	اطرح ٢٢ من كلا الطرفين
ب = –٣٤	بسّط

إذن الحل هو –٣٤

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) هـ – ٣ = –٢

٢) م – ٨ = –١٢

٣) ب – ٥ = ١٥

٤) ٢٠ = ص – ٨

٥) ك – ٠,٥ = ٢,٣

٦) ن – $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{٨}$

٧) هـ – ١٨ = –١٧

٨) –١٢ = –٢٤ + ك

٩) جـ – ٠,٢ = ١,٨

١٠) ب – ٤٠ = –٤٠

١١) م – (–١٢) = ١٠

١٢) ت – $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{١}{٤}$

١٣) س + ١٢ = ٦

١٤) ت + ٢ = –١٣

١٥) –١٧ = ب + ٤

١٦) ل + (–٩) = ٧

١٧) –٢,٢ = ل + (–٢,٠)

١٨) – $\frac{٣}{٨}$ + س = $\frac{٥}{٨}$

١٩) ١٩ + هـ = –٤

٢٠) –١٢ = ك + ٢٤

٢١) جـ + ١,٢ = ٢,٨

٢٢) ب + ٨٠ = –٨٠

٢٣) م + (–٨) = ٢

٢٤) ت + $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{٥}{٨}$

١-٢ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حلّ المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة: إذا كانت المعادلة صحيحة، وضُرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة. يمكنك استعمال هذه الخاصية لحل المعادلات التي تتضمن الضرب أو القسمة. ويمكنك استعمال خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلات التي تتضمن الضرب أو القسمة أيضًا. إذا كانت المعادلة صحيحة، وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

خاصيّة الضرب في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠ إذا كان أ = ب فإن أ × جـ = ب × جـ
خاصيّة القسمة في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠، إذا كان أ = ب فإن $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{جـ}$

مثال ١ حلّ المعادلة: $\frac{١}{٢}$ ٣ ب = ١ $\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{٢}$ ٣ ب = ١ $\frac{١}{٢}$	المعادلة الأصلية
$\frac{٧}{٢}$ ب = $\frac{٣}{٢}$	حوّل العدد الكسري إلى كسر غير فعلي
$\frac{٢}{٧}\left(\frac{٧}{٢}ب\right) = \frac{٢}{٧}\left(\frac{٣}{٢}\right)$	اضرب كلا الطرفين في $\frac{٢}{٧}$
ب = $\frac{٣}{٧}$	بسّط

إذن الحل هو $\frac{٣}{٧}$.

مثال ٢ حلّ المعادلة: −٥ ن = ٦٠

−٥ ن = ٦٠	المعادلة الأصلية
$\frac{-٥ن}{-٥} = \frac{٦٠}{-٥}$	اقسم كلا الطرفين على −٥
ن = −١٢	بسّط

إذن الحل هو −١٢

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) $\frac{هـ}{٣} = -٢$

٢) $\frac{١}{٨}$ م = ٦

٣) $\frac{١}{٥}$ ب = $\frac{٣}{٥}$

٤) $\frac{ص}{١٢} = ٥$

٥) $-\frac{١}{٤}$ ك = −٢,٥

٦) $-\frac{م}{٨} = \frac{٥}{٨}$

٧) $-\frac{١}{٢}$ ١هـ = ٤

٨) $\frac{-٣}{٢}$ ك = −١٢

٩) $\frac{جـ}{٣} = \frac{٢}{٥}$

١٠) $-\frac{١}{٣}$ ٣ب = ٥

١١) $\frac{٧}{١٠}$ م = ١٠

١٢) $\frac{ب}{٥} = -\frac{١}{٤}$ −

١٣) ٣هـ = −٤٢

١٤) ٨م = ١٦

١٥) −٣ ت = ٥١

١٦) −٣ر = −٢٤

١٧) ٨ك = −٦٤

١٨) −٢ م = ١٦

١٩) ١٢هـ = ٤

٢٠) −٤,٢ب = ٧,٢

٢١) ٥,٠ جـ = ٥

٢٢) −٢٥ = ٥ م

٢٣) ٦ م = ١٥

٢٤) −١,٥ ب = −٧٥

١-٢ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

١) **تعليم:** عمل يوسف معلّمًا مدة ٣٣ سنة، إلى أن تقاعد سنة ١٤٢٨هـ. اكتب معادلة، ثم حُلّها، لتجد السنة التي عُيِّن فيها يوسف معلّمًا.

٢) **رواتب:** في سنة ١٤٢٨هـ كان الراتب السنوي لمدير شركة ما ٢٨٤٠٠٠ ريـال، وكان راتب رئيس قسم المحاسبة في السنة نفسها أقل من ذلك بمقدار ٩٧٠٠٠ ريال. اكتب معادلة وحُلّها؛ لتجد الراتب السنوي لرئيس قسم المحاسبة في سنة ١٤٢٨هـ.

٣) **طقس:** لاحظ خالد أن درجة الحرارة انخفضت في أحد أيام الشتاء ٨ درجات خلال ساعات اليوم، لتسجل ٩ درجات سيليزية. اكتب معادلة لإيجاد درجة الحرارة في ذلك اليوم، ثم حُلَّها.

٤) **زراعة:** مساحة مزرعة عبد الله ٢٤ دونمًا، وهي تعادل $\frac{١}{٤}$ مساحة مزرعة مصطفى. فكم دونمًا تبلغ مساحة مزرعة مصطفى؟

٥) **نقل بحري:** تقاس المسافات في البحار بالميل البحري بدلًا من الميل العادي أو الكيلومتر.

الميل البحري الواحد = ١٨٥٣ مترًا
العقدة الواحدة = $\frac{\text{١ ميل بحري}}{\text{ساعة}}$

أ) يبحر قارب مسافة ١٦عقدة في ساعة واحدة، فما المسافة التي يقطعها في تلك الساعة بالأمتار؟ اكتب معادلة ثم حُلَّها.

ب) ما سرعة القارب بالكيلومتر لكلّ ساعة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

١-٢ التدريبات الإثرائية

لغز المصعد

دخل خليل المصعد، فتحرك المصعد دون أن يُضغط أيُّ زر، وارتفع ٤ أدوار إلى أعلى ليركب بدر، وهبط ٦ أدوار وخرج بدر، وفي الدور نفسه ركب مشاري فارتفع المصعد دورًا واحدًا وخرج مشاري. وبعد ذلك هبط المصعد ٨ أدوار إلى أسفل ليركب عبدالعزيز، ثم هبط ٣ أدوار إلى أسفل وخرج عبدالعزيز. ثم تحرك دورًا واحدًا إلى الأعلى فركب سلطان، وتحرك ٦ أدوار إلى أسفل ليصل إلى مستوى الشارع، حيث نزل منه خليل وسلطان.

١) افترض أن س تمثل نقطة البداية، واكتب معادلة تمثل حركة خليل في المصعد.

٢) في أي دور ركب خليل المصعد؟

والآن بعد أن علمت نقطة البداية بالنسبة لخليل، فإنه يمكنك تحديد نقطة بداية رحلة كل من الأشخاص الآخرين الذين ركبوا المصعد.

٣) في أي دور ركب بدر المصعد؟ وفي أي دور خرج؟

٤) في أي دور ركب مشاري المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

٥) في أي دور ركب عبدالعزيز المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

٦) في أي دور ركب سلطان المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

٣-١ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

الحلّ عكسيًّا: استراتيجية الحلّ عكسيًّا واحدة من عدة استراتيجيات تستعمل لحلّ المسائل. ولحلّ المسألة عكسيًّا. ابدأ من النتيجة النهائية المعطاة في نهاية المسألة وألغِ عمل كلّ عملية (باستعمال العملية العكسية لها) بالحلّ عكسيًّا حتى تصل إلى القيمة الابتدائية.

مثال ١

قُسم عدد على ٢ ثم طرح ٨ من الناتج، فكانت النتيجة ١٦. فما العدد؟

حل المسألة بالحل عكسيًّا:

العدد النهائي هو ١٦. ألغ عملية طرح ٨ بإضافة ٨ لتحصل على ٢٤، ثم ألغ عملية القسمة على ٢ بالضرب في ٢ لتحصل على ٤٨.

إذن العدد الأصلي هو ٤٨.

مثال ٢

يتضاعف عدد البكتيريا في طبق كلّ نصف ساعة، وبعد ٣ ساعات أصبح العدد ٦٤٠٠، فكم كان عدد البكتيريا في الطبق في البداية؟

حلّ المسألة بالحلّ عكسيًّا:

استمرت البكتيريا بالتكاثر لمدة ٣ ساعات. وبما أن الساعة مكوّنة من نصفين، فإن هناك ٦ فترات مدة كل منها نصف ساعة في الساعات الثلاثة، لذا فقد تضاعف عدد البكتيريا خلال هذه الفترة ٦ مرات، لذا ألغ عملية مضاعفة العدد بأخذ نصفه ٦ مرات.

$$٦٤٠٠ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$$

$$= ٦٤٠٠ \times \frac{١}{٦٤} = ١٠٠$$

لذا عدد البكتيريا في البداية هو ١٠٠.

تمارين

حُل كلًّا من المسائل الآتية عكسيًّا:

١) قُسّم عدد على ٣، ثم أضيف ٤ للناتج، فكانت النتيجة ٨. أوجد العدد.

٢) طرح ٨ من عدد، ثم ضرب الفرق في ٢، فكانت النتيجة ٢٤. أوجد العدد.

٣) ثلاثة أمثال عدد زائد ٣ يساوي ٢٤، فما ذلك العدد؟

٤) **مدينة ألعاب:** في عطة نهاية الأسبوع زار أحمد مدينة الألعاب. إذا كان ثمن تذكرة الدخول ١٠ ريالاتٍ، وثمن تذكرة أيِّ لعبة في المدينة ٨ ريالاتٍ، وعندما خرج أحمد من المدينة وجد أنه أنفق ١٠٦ ريالات، فكم مرّةً لعب أحمد في المدينة؟

٥) **نقود:** سحب ماجد مبلغًا من المال من حسابه. وأنفق ربع المبلغ في شراء فواكه، وبقي معه بعد ذلك ٢٢٥ ريالًا. كم ريالًا سحب ماجد؟

٣-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات: لحلّ المعادلة التي تحتوي على أكثر من عملية واحدة والتي تسمى عادة معادلة متعددة الخطوات، ألغِ عمل كل عملية بالحلّ عكسيًّا، وذلك بعكس ترتيب العمليات المعتاد.

مثال **حلّ المعادلة: ٥ س + ٣ = ٢٣**

٥ س + ٣ = ٢٣	المعادلة الأصلية
٥ س + ٣ − ٣ = ٢٣ − ٣	اطرح ٣ من كلا الطرفين
٥ س = ٢٠	بسّط
$\frac{٥\ س}{٥} = \frac{٢٠}{٥}$	اقسم كلا الطرفين على ٥
س = ٤	بسّط

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) ٥س + ٢ = ٢٧ ٢) ٦س + ٩ = ٢٧ ٣) ٥س + ١٦ = ٢١

٤) ١٤ن − ٨ = ٣٤ ٥) ٠,٦س − ١,٥ = ١,٨ ٦) $\frac{٧}{٨}$ ب − ٤ = ١٠

٧) $\frac{ل - ١٢}{١٤}$ = ١٦ ٨) $\frac{٣ن}{١٢}$ + ٨ = ١٣ ٩) $\frac{ق}{-٥}$ + ٣ = −١٣

١٠) $\frac{٤ب + ٨}{-٢}$ = ١٠ ١١) ٠,٢ س − ٨ = −٢ ١٢) ٢,٣ص − ١,٨ = ٣

١٣) $\frac{٧س - (-١)}{-٨}$ = −٤ ١٤) $\frac{ك}{-٤}$ + ١٢− = −٨ ١٥) ٠ = ١٠ص − ٤٠

اكتب معادلة لكلّ مسألة مما يأتي وحلّها:

١٦) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٩٦.

١٧) أوجد عددين صحيحين فرديين متتاليين مجموعهما ١٧٦.

١٨) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها −٩٣.

٣-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

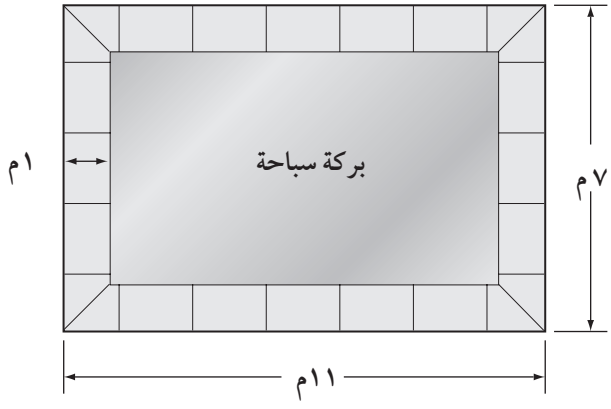
١) **درجات الحرارة:** تستعمل الصيغة س = $\frac{\text{ف} - ٣٢^\circ}{١,٨}$ لتحويل درجة الحرارة الفهرنهايتية إلى سيليزية. أوجد درجة الحرارة السيليزية التي تكافئ ٦٨ ° ف.

٢) **طول الإنسان:** من المتوقع أن يكون أقصى طول للشاب في المتوسط نحو مثلي طوله في عمر سنتين. إذا كانت المعادلة: ش=٢ل–١ تمثل طول أسعد في عمر الشباب، حيث ش طوله في عمر الشباب وَ ل طوله في عمر السنتين. وقد كان طول أسعد عندما كان عمره سنتين ٨٩ سنتمترًا. فما طوله في عمر الشباب؟ اكتب معادلة ثم حُلها.

٣) **كيمياء:** إن فترة نصف العمر لمادة مشعة هي الفترة الزمنية المتطلّبة لتحلل نصف كمية هذه المادة بالإشعاع، أو لتصبح كمية المادة نصف ما كانت عليه في البداية. إذا علمت أن فترة نصف العمر للكربون ١٤ تساوي ٥٧٣٠ سنة، وكانت هناك عينتان من الكربون ١٤ كتلتاهما $\frac{٧}{٢٥}$ كجم وَ $\frac{٩}{٢٥}$ كجم، فكم كان مجموع كتلتيهما قبل ١١٤٦٠ سنة؟

٤) **نظرية الأعداد:** اكتب معادلة لإيجاد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٣، ثم حُلّ تلك المعادلة.

٥) **هندسة:** أُحيطت بركة سباحة مستطيلة الشكل بممر أسمنتي عرضه ١م. وقد كانت أبعاد المستطيل الذي يمثل الممر والبركة معًا ٧ في ١١ مترًا.



أ) أوجد طول البركة وعرضها.

ب) أوجد مساحة البركة.

جـ) اكتب معادلة لإيجاد مساحة الممر، ثم حُلّها.

١-٣ التدريبات الإثرائية

مسائل الأعداد الصحيحة المتتالية

تتضمّن كثير من المسائل والأحاجي فكرة الأعداد الصحيحة المتتالية. وتُعدُّ معرفة طريقة تمثيل هذه الأعداد الصحيحة جبريًّا عاملًا مساعدًا في حلّ هذه المسائل.

مثال **أوجد أربعة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها −٨٠.**

يمكنك كتابة العدد الصحيح الفردي بالصورة ٢ن + ١ حيث ن أي عدد صحيح.

فإذا مثّل ٢ن + ١ العدد الصحيح الفردي الأول، أضف ٢ للحصول على العدد الصحيح الفردي الأكبر التالي له، وهكذا. والآن اكتب معادلة لحل هذه المسألة.

(٢ن + ١) + (٢ن + ٣) + (٢ن + ٥) + (٢ن + ٧) = −٨٠

اكتب معادلة لكلّ من المسائل الآتية، ثم حُلّها:

١) أكمل حلّ المسألة في المثال السابق.

٢) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ١٣٢.

٣) أوجد عددين صحيحين متتاليين مجموعهما ١٩.

٤) أوجد عددين صحيحين متتاليين مجموعهما ١٠٠.

٥) عددان صحيحان زوجيان متتاليان، يزيد العدد الأصغر فيهما بمقدار١٠ على نصف العدد الأكبر. أوجد هذين العددين.

٦) عددان صحيحان زوجيان متتاليان، يقل العدد الأكبر فيهما بمقدار٦ عن ثلاثة أمثال العدد الأصغر. أوجد هذين العددين.

٧) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية على أن يزيد مِثْلا مجموع العددين الأكبرين ٩١ على ثلاثة أمثال العدد الأول.

٨) أوجد المجموعة المكونة من أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية على أن يكون أكبرها مِثْلَي أصغرها.

٤-١ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

المتغيرات في طرفي المعادلة : لحلّ معادلة تحتوي متغيرًا في كلٍّ من طرفيها، استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابة معادلة مكافئة يكون المتغير في أحد طرفيها فقط، ثم حلها.

مثال ١ حلّ المعادلة:

٥ص − ٨ = ٣ص + ١٢

٥ ص − ٨ = ٣ ص + ١٢

٥ ص − ٨ − ٣ ص = ٣ ص + ١٢ − ٣ ص

٢ ص − ٨ = ١٢

٢ ص − ٨ + ٨ = ١٢ + ٨

٢ ص = ٢٠

$\frac{٢ص}{٢} = \frac{٢٠}{٢}$

ص = ١٠

الحلّ هو: ١٠

مثال ٢ حلّ المعادلة:

−١١ −٣ ص = ٨ ص + ١

−١١ −٣ ص = ٨ ص + ١

−١١ −٣ ص + ٣ ص = ٨ ص + ١ + ٣ ص

−١١ = ١١ ص + ١

−١١ −١ = ١١ص + ١ − ١

−١٢ = ١١ ص

$\frac{-١٢}{١١} = \frac{١١ ص}{١١}$

$-١\frac{١}{١١}$ = ص

الحلّ هو: $-١\frac{١}{١١}$

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) ٦ − ب = ٥ب + ٣٠

٢) ٥ص − ٢ص = ٣ص + ٢

٣) ٥س + ٢ = ٢س − ١٠

٤) ٤ن − ٨ = ٣ن + ٢

٥) ٢,١س + ٤,٣ = ٢,١ − س

٦) ٤,٤م+٦,٢ =٨,٨م−١,٨

٧) $\frac{١}{٢}$ ب + ٤ = $\frac{١}{٨}$ ب + ٨٨

٨) $\frac{٣}{٤}$ ك − ٥ = $\frac{١}{٤}$ ك − ١

٩) ٨ − ٥ب = ٤ب − ١

١٠) ٤ب − ٨ = ١٠ − ٢ب

١١) ٢,٠س − ٨ = −٢ − س

١٢) ٣ص −١,٨ = ٣ص −١,٨

١٣) −٤ − ٣س = ٧س − ٦

١٤) ٨ + ٤ك = −١٠ + ك

١٥) ٢٠ − ع = ١٠ع − ٢

١٦) $\frac{٢}{٣}$ ن + ٨ = $\frac{١}{٢}$ ن + ٢

١٧) $\frac{٢}{٥}$ ص − ٨ = ٩ − $\frac{٣}{٥}$ ص

١٨) −٤ر + ٥ = ٥ − ٤ر

١٩) −٤ − ٣س = ٦س − ٦

٢٠) ١٨ − ٤ك = −١٠ − ٤ك

٢١) ١٢ + ٢ص = ١٠ص − ١٢

٤-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)

حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

الأقواس: عند حلّ معادلات تحتوي على أقواس بأشكالها كافة، استعمل خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس أولًا، ثم حلّ المعادلة الناتجة بالطرق التي سبق عرضها.

مثال **حلّ المعادلة: ٤ (٢أ – ١) = –١٠ (أ – ٥)**

٤ (٢أ – ١) = –١٠ (أ – ٥)	المعادلة الأصلية
٨أ – ٤ = –١٠أ + ٥٠	خاصية التوزيع
٨أ – ٤ + ١٠أ = –١٠أ + ٥٠ + ١٠أ	أضف ١٠أ إلى كلا الطرفين
١٨أ – ٤ = ٥٠	بسّط
١٨أ – ٤ + ٤ = ٥٠ + ٤	أضف ٤ إلى كلا الطرفين
١٨أ = ٥٤	بسّط
$\frac{١٨أ}{١٨} = \frac{٥٤}{١٨}$	اقسم كلا الطرفين على ١٨
أ = ٣	بسّط

حلّ المعادلة هو ٣

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) –٣(س + ٥) = ٣(س – ١)

٢) ٢(٧ + ٣ت) = –ت

٣) ٣(أ + ١) – ٥ = ٣أ – ٢

٤) ٧٥ – ٩ق = ٥(–٤ + ٢ق)

٥) ٥(ف + ٢) = ٢(٣ – ف)

٦) ٤(م + ٣) = ٣٦

٧) ١٨ = ٣(٢ت + ٢)

٨) ٣(د – ٨) = ٣د

٩) ٥(م + ٣) + ٩ = ٣(م – ٢) + ٦

١٠) ٤(ب – ٢) = ٢(٥ – ب)

١١) ٢,١(س – ٢) = ٢ – س

١٢) $\frac{٣ + ص}{٤} = -\frac{ص}{٨}$

١٣) $\frac{أ - ٨}{١٢} = \frac{٢أ + ٥}{٣}$

١٤) ٢(٤ + ٢ك) + ١٠ = ك

١٥) ٢(س – ١) + ٤ = ٤(س + ١)

١٦) ٦(ن – ١) = ٢(٢ن + ٤)

١٧) ٢[٢ + ٣(ص – ١)]= ٢٢

١٨) –٤(ر + ٢) = ٤ (٢ – ٤ر)

١٩) –٣(س – ٨) = ٢٤

٢٠) ٤(٤ – ٤ك) = –١٠ – ١٦ك

٢١) ٦(٢ – ٢ص) = ٥ (٢ص – ٢)

٤-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

١) **قرطاسية:** يزيد ثمن علبة أقلام التلوين ٥ ريالات على ثمن دفتر الرسم، ويزيد ثمن علبة أقلام التلوين ريالين على مِثْلَي ثمن دفتر الرسم أيضًا.
حل المعادلة د + ٥ = ٢د + ٢ لتجد ثمن دفتر الرسم الواحد.

٢) **أعمار:** عمر خليل مِثْلا عمر ابنه إبراهيم، ويساوي عمر خليل مجموع عمر إبراهيم مع عمرَي أخويه التوأمين الأصغر منه سنًّا أيضًا. في حين أن عمر كل من التوأمين ١١ سنة. حلّ المعادلة ٢ب = ب + ١١ + ١١ لإيجاد عمر إبراهيم.

٣) **هندسة:** الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ١٨٠°، والزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ٩٠°. أوجد قياس الزاوية التي يزيد قياس مكملتها ١٠° عن مِثْلَي قياس متتمتها. افترض أن قياس متممة الزاوية يساوي ٩٠ – س، وأن قياس مكملتها يساوي ١٨٠ – س. اكتب معادلة ثم حُلّها.

٤) **طبيعة:** يبين الجدول الآتي الارتفاع الحالي لشجرتين من نوعين من الأشجار، ومتوسط معدلات النمو لهذين النوعين. بعد كم سنة يصبح للشجرتين الارتفاع نفسه؟

نوع الشجرة	الارتفاع الحالي	معدل النمو السنوي
أ	٩٧ سنتمترًا	١٠,٢ سنتمترات
ب	١١٦ سنتمترًا	٦,٤ سنتمترات

٥) **نظرية الأعداد:** طلب معلم من طلابه أن يجدوا عددين صحيحين زوجيين متتاليين، على أن يقل مِثْلا أصغرهما بمقدار ٤ عن مِثْلَي أكبرهما.

أ) اكتب معادلة لإيجاد هذين العددين ثم حلها.

ب) هل لهذه المعادلة حلّ وحيد، أم ليس لها حلّ، أم أنها متطابقة؟ اشرح إجابتك.

١-٤ التدريبات الإثرائية

المتطابقات

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير **متطابقة**. وعندما تحاول حلّ المتطابقة ينتهي بك الأمر إلى عبارة تكون صحيحة دائمًا. والمثال الآتي يوضح ذلك:

مثال **حُلّ المعادلة : ٨ – (٥ – ٦س) = ٣ (١ + ٢س)**

٨ – (٥ – ٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – ٥ – (–٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – ٥ + ٦س = ٣ + ٦س

٣ + ٦س = ٣ + ٦س

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ من المعادلات الآتية متطابقة، وإلا فحُلّ المعادلة:

١) ٢(٢ – ٣س) = ٣(٣ + س) + ٤

٢) ٥(م + ١) + ٦ = ٣(٤ + م) + (٢م – ١)

٣) (٥ت + ٩) – (٣ت – ١٣) = ٢(١١ + ت)

٤) ١٤ – (٦ – ٣جـ) = ٤جـ – جـ

٥) ٣ص – ٢(ص + ١٩) = ٩ص – ٣(٩ – ص)

٦) ٣(٣هـ – ١) = ٤(هـ + ٣)

٧) استعمل المعادلة الصحيحة ٣ س – ٢ = ٣ س – ٢ لتكوّن متطابقة خاصة بك.

٨) استعمل المعادلة غير الصحيحة ١ = ٢ لتكوّن معادلة ليس لها حل.

٩) كوّن معادلة حلها هو س = ٣.

٥-١ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات التي تتضمّن القيمة المطلقة

عبارات القيمة المطلقة : تحدد عبارات القيمة المطلقة الحدين الأعلى والأدنى للمدى الذي تقع ضمنه قيمة المتغير. وتُحسب قيم العبارات التي تتضمن قيمًا مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

مثال **احسب قيمة: | ت – ٥ | – ٧، إذا كانت ت = ٣**

$\|ت - ٥\| - ٧ = \|٣ - ٥\| - ٧$	عوّض ت = ٣
$= \|-٢\| - ٧$	٣ – ٥ = –٢
$= ٢ - ٧$	|–٢| = ٢
$= -٥$	بسّط

تمارين

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ر = –٢، ن = –٣، ت = ٣:

١) $|٨ - ت| + ٣$ ٢) $|ت - ٣| - ٧$ ٣) $٥ + |٣ - ن|$

٤) $|ر + ن| - ٧$ ٥) $|ن - ت| + ٤$ ٦) $-|ر + ن + ت|$

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ن = ٢، ق = –٥,١، ر = –٣، ل = –٨، م = ٥,٤ ، س = ٤ :

٧) $|٢ق + ر|$ ٨) $١٠ - |٢ن + ل|$ ٩) $|٣س - ٢م| - ق$

١٠) $ل - |٣ن + س|$ ١١) $١ + |٥ق - م|$ ١٢) $٢|٣ر - ل|$

١٣) $|-٢س+٥ن| + (ن- س)$ ١٤) $٤م - |٢ر + ل|$ ١٥) $٣|م - ن| - ٥|ق - ر|$

١-٥ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)

حلّ المعادلات التي تتضمّن القيمة المطلقة

معادلات القيمة المطلقة: عند حل معادلات تتضمن قيمًا مطلقة، هناك حالتان يجب أخذهما بعين الاعتبار:

الحالة ١: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفر.

الحالة ٢: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

مثال ١ **حُلّ المعادلة |س + ٤| = ١، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.**

|س + ٤| = ١ المعادلة الأصلية

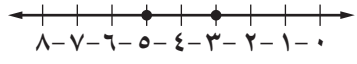
س + ٤ = ١ أو س + ٤ = −١

س + ٤ = ١ أو س + ٤ = −١

س + ٤ − ٤ = ١ − ٤ س + ٤ − ٤ = −١ − ٤

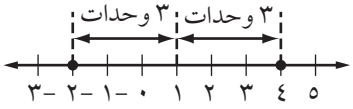
س = −٣ س = −٥

مجموعة الحل هي {−٣، −٥} وتُمثّل بيانيًّا في صورة الشكل:



مثال ٢ **اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل الآتي:**

أوجد النقطة التي تبعد المقدار نفسه عن −٢ وعن ٤.



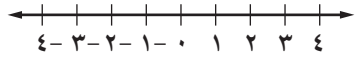
النقطة هي نقطة المنتصف بين −٢ وَ ٤، وبما أن المسافة بين ١ وَ −٢ تساوي ٣ وحدات والمسافة بين ١ وَ ٤ تساوي ٣ وحدات، لذا المعادلة المطلوبة هي:

|س − ١| = ٣

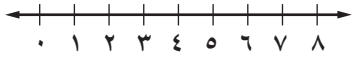
تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

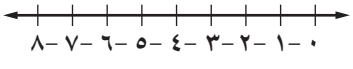
١) |ص| = ٣



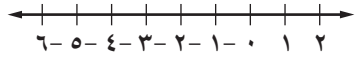
٢) |س − ٤| = ٤



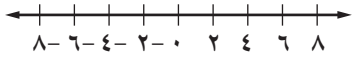
٣) |ص + ٣| = ٢



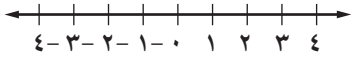
٤) |ب + ٢| = ٣



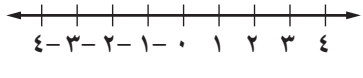
٥) |ت + ٢| = ٤



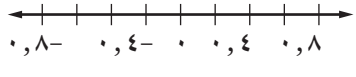
٦) |٢س| = ٨



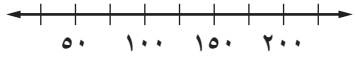
٧) |٢ص − ١| = ٣



٨) |ب − ٠,٢| = ٠,٥

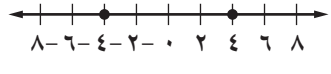


٩) |د − ١٠٠| = ٥٠

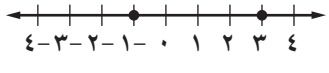


اكتب معادلة تتضمّن القيمة المطلقة لكلّ من التمثيلات الآتية:

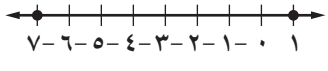
١٠)



١١)



١٢)



٥-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات التي تتضمّن القيمة المطلقة

١) **هندسة صناعية:** توضع مواصفات هندسية لحدود وجود عيب مصنعيٍّ للأدوات. وقد حُدِّدت درجات حرارة الفرن في مصنع للأفران بالحدين ±١٥° ف. ويعني ذلك أن درجة الحرارة داخل الفرن ستكون ضمن ١٥° ف حول الدرجة المحددة التي يُشغّل الفرن عليها. اكتب عبارة قيمة مطلقة تمثل درجة الحرارة العظمى ودرجة الحرارة الدنيا داخل الفرن عند تثبيت منظم الحرارة على ٤٠٠°ف.

٢) **فلك:** يدور كوكب بلوتو حول الشمس في مسار غير دائري، بحيث يكون أكبر بُعدٍ له عن الشمس ٧٢٦٢ مليون كيلومترًا، وأقرب بُعد له عنها ٤٤١٠ مليون كيلومتراتٍ. اكتب معادلة قيمة مطلقة وحلها؛ لإيجاد أقرب وأبعد بُعدٍ لكوكب بلوتو عن الشمس.

٣) **كلية جامعية:** يستعمل صندوق المنح في إحدى الكليات الجامعية الصيغة |٣ك + ٦| = ١٥ لتحديد ما إذا كان الطالب مؤهلًا لنيل المنحة أم لا، حيث تُحدِّدُ ك من خلال مقابلة. ما قيم ك التي تؤهل الطالب لنيل المنحة؟

٤) **طعام:** لصنع مسحوق الكاكاو، تُحمَّص حبوب الكاكاو على درجة حرارة مثالية تساوي ٣٠٠° ف، بزيادة أو نقصان ٢٥° ف. اكتب معادلة قيمةٍ مطلقةٍ، وحلها؛ لتصف أعلى وأدنى درجة حرارة لتحميص حبوب الكاكاو.

٥) **أسماك:** تعيش معظم أسماك الزينة في المياه العذبة في درجة حرارة ٧٨° ف بزيادة أو نقصان ٢° ف.

أ) اكتب معادلة قيمة مطلقة لتحديد درجة الحرارة العظمى والصغرى التي تعيش فيها أسماك الزينة.

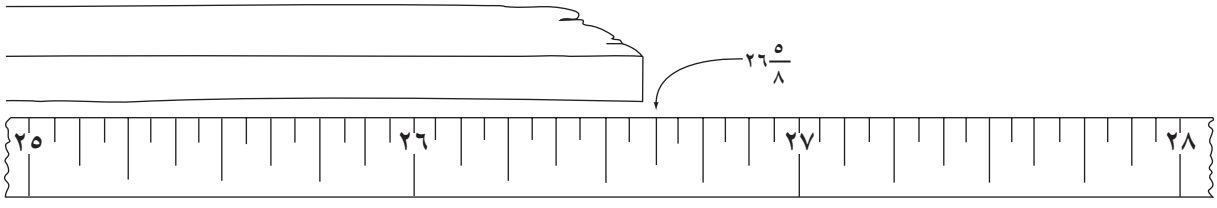
ب) حل المعادلة التي كتبتها في الفرع (أ).

جـ) إذا كانت دقة القياس في ميزان الحرارة لحوض سمك ضمن ± ١° ف، فكم ستكون درجة الحرارة الدنيا للماء؟

٥-١ التدريبات الإثرائية

دقة القياس

تعتمد دقة القياس على كلٍّ من: دقة الشخص الذي يقوم بالقياس، وعدد الأجزاء التي تنقسم إليها وحدة القياس في المسطرة المستعملة للقياس. افترض أنك تقيس طول قطعة خشب إلى أقرب جزء من ثمانية أجزاء من البوصة، وحصلت على القياس $٢٦\frac{٥}{٨}$.



يُبين الشكل أعلاه أن الطول الحقيقي لهذه القطعة يقع بين $٢٦\frac{٩}{١٦}$ سم وَ $٢٦\frac{١١}{١٦}$ سم. ويمكنك التعبير عن هذا الطول مستعملاً الرمز ± الذي يقرأ "زائد أو ناقص" هكذا $٢٦\frac{٥}{٨} \pm \frac{١}{١٦}$ سم.

ويسمى العدد $\frac{١}{١٦}$ في هذه الحالة الخطأ المطلق، وهو يساوي نصف أصغر وحدة مستعملة في القياس.

أوجد أكبر طول وأصغره لكل من القياسات الآتية:

١) $٣\frac{١}{٢} \pm \frac{١}{٤}$ م

٢) $٩,٧٨ \pm ٠,٠٠٥$ سم

٣) $٢,٤ \pm ٠,٠٥$ م

٤) $٢٨ \pm \frac{١}{٢}$ قدم

٥) $١٥ \pm ٠,٥$ سم

٦) $\frac{١١}{١٦} \pm \frac{١}{٣٢}$ بوصة

اكتب أصغر وحدة مستعملة والخطأ المطلق في كل من القياسات الآتية:

٧) يقع القياس الحقيقي بين ١٢,٥ سم وَ ١٣,٥ سم.

٨) يقع القياس الحقيقي بين $١٢\frac{١}{٨}$ م وَ $١٢\frac{٣}{٨}$ م.

٩) يقع القياس الحقيقي بين $٥٦\frac{١}{٢}$ كلم وَ $٥٧\frac{١}{٢}$ كلم.

١٠) يقع القياس الحقيقي بين ٢٣,٥ ملم وَ ٢٣,١٥ ملم.

ملحق الإجابات

١-١ تدريبات إعادة التعليم

المعادلات

حلّ المعادلات: تسمّى الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموزًا **جملة مفتوحة**.
تحلّ الجمل المفتوحة بإيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة. تسمّى مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحلّ **مجموعة التعويض**. وتسمّى مجموعة حلول الجملة المفتوحة **مجموعة الحل**. والجملة التي تحتوي على إشارة مساواة (=) تسمى **المعادلة**.

مثال ١ **أوجد مجموعة الحل للمعادلة ٣ أ + ١٢ =٣٩ إذا كانت مجموعة التعويض {٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}.**

عوّض عن أ في المعادلة ٣أ +١٢ = ٣٩ بقيم مجموعة التعويض جميعها.

٣ (٦) +١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٠ ≠ ٣٩ خطأ
٣ (٧) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٣ ≠ ٣٩ خطأ
٣ (٨) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٦ ≠ ٣٩ خطأ
٣ (٩) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٣٩ = ٣٩ صحيحة
٣ (١٠) + ١٢ $\stackrel{؟}{=}$ ٣٩ ← ٤٢ ≠ ٣٩ خطأ

بما أن المعادلة صحيحة عندما أ = ٩، فإن حل المعادلة ٣ أ+ ١٢ = ٣٩ هو ٩، وتكون مجموعة الحل {٩}.

مثال ٢ **ما حل المعادلة $\frac{٢(١+٣)}{٣(٧-٤)}$ = ب ؟**

$\frac{٢(١+٣)}{٣(٧-٤)}$ = ب — المعادلة الأصلية
$\frac{٢(٤)}{٣(٣)}$ = ب — اجمع في البسط واطرح في المقام
$\frac{٨}{٩}$ = ب — بسّط

الحل هو $\frac{٨}{٩}$

تمارين

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (س) تنتمي إلى مجموعة التعويض {$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ،١، ٢، ٣}، و (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض {٢، ٤، ٦، ٨}.

١) س + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{٢}$ {٢} ٢) س + ٨ = ١١ {٣} ٣) ص − ٢ = ٦ {٨}
٤) س^{٢} − ١ = ٨ {٣} ٥) ص^{٢} − ٢ = ٣٤ {٦} ٦) س^{٢} + ٥ = ٥$\frac{١}{١٦}$ $\left\{\frac{١}{٤}\right\}$
٧) ٢(س + ٣) = ٧ $\left\{\frac{١}{٢}\right\}$ ٨) (ص+١)^{٢} = $\frac{٩}{٤}$ **لا يوجد حل** ٩) ص^{٢} + ص = ٢٠ {٤}

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي:

١٠) أ = ٣^{٢} − ١ **٧** ١١) ن = ٦^{٢} − ٤^{٢} **٢٠** ١٢) و = ٦^{٢} × ٣^{٢} **٣٢٤**
١٣) $\frac{١}{٤}$ + $\frac{٥}{٨}$ = ك **$\frac{٧}{٨}$** ١٤) $\frac{٣-١٨}{٣+٢}$ = ب **٣** ١٥) ت = $\frac{٦-١٥}{٢٤-٢٧}$ **٣**
١٦) ١٨,٤ − ٣,٢ = جـ **١٥,٢** ١٧) ل= ٨,٩ + ٥,٧ **١٤,٦** ١٨) جـ = $\frac{١}{٢}$ ٣ + $\frac{١}{٤}$ ٢ **٥$\frac{٣}{٤}$**

١-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)

المعادلات

حلّ معادلات بمتغيرين: تحوي بعض المعادلات متغيرين، لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني.

مثال **أناشيد دينية:** يشترك عمر في خدمة تنزيل أناشيد دينية على هاتفه، فيدفع ٥,٩ ريالات كل شهر بالإضافة إلى ٠,٨٩ ريال لكل نشيد يقوم بتنزيله. اكتب معادلة وحلّها؛ لإيجاد التكلفة الكلية التي يدفعها عمر لتنزيل ١٠ أناشيد.

قيمة اشتراك هذه الخدمة ثابتة. والمتغير هو عدد الأناشيد الذي ينزلها. والتكلفة الكلية هي قيمة اشتراك الخدمة بالإضافة إلى ٠,٨٩ ريال مضروبة في عدد الأناشيد.

ت = ٠,٨٩ ن + ٥,٩٩

لإيجاد التكلفة الكلية شهريًّا، عوّض بـ ١٠ بدلًا من ن في المعادلة.

ت = ٠,٨٩ ن + ٥,٩٩ — المعادلة الأصلية
ت = ٠,٨٩ × ١٠ + ٥,٩٩ — عوّض بـ ١٠ بدلًا من ن
= ٨,٩ + ٥,٩٩ — اضرب
= ١٤,٨٩

إذن التكلفة الكلية التي يدفعها عمر لتنزيل الأناشيد شهريًّا تساوي ١٤,٨٩ ريالًا.

تمارين

١) **تأجير سيارات:** يتقاضى مكتب لتأجير السيارات ٩٥ ريالًا أجرة يوميةً عن السيارة، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل كيلو متر زائد عن الحد المسموح به يوميًّا. اكتب معادلة وحلها؛ لإيجاد تكلفة استئجار سيارةٍ يومًا بالإضافة إلى ٤٠ كيلو مترًا زائدة عن الحد المسموح به يوميًّا.
ت = ٩٥ + ٠,٢٥ ن ؛ ١٠٥ ريالاتٍ

٢) **رسوم شحن:** شحن خالد طردًا كتلته ٣٠ كيلو جرامًا. إذا كانت رسوم الشحن ١٥ ريالًا، بالإضافة إلى ٠,٨٥ ريال لكل كيلو جرام. اكتب معادلة وحلّها لإيجاد التكلفة التي دفعها خالد أجرة شحن الطرد.
ت = ١٥ + ٠,٨٥ ك ؛ ٤٠,٥ ريالًا

٣) **صوت:** إذا كانت سرعة الصوت ٣٣١ م/ ث في الهواء عند درجة حرارة صفر مئوي، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد المسافة التي يقطعها الصوت في ٨ ثوانٍ تحت الظروف نفسها.
ف = ٣٣١ ن ، ٢٦٤٨ م

٤) **كرة طائرة:** أرادت بلدية إحدى المدن بناء ملعب كرة طائرة، أبعادة ٤٠ قدمًا في ٧٠ قدمًا تقريبًا، وسطح الملعب من الرمل بعمق ١ قدم، وسيحتاج الملعب حوالي ١٦٦ طنًّا من الرمل. إذا كان ثمن الرمل ١١ ريالًا لكل طنٍّ، بالإضافة إلى ٣ ريالاتٍ أجرة توصيل كل طنٍّ، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد مجموع ثمن الرمل الذي يكفي الملعب.
ت = ١٤ ك، ٢٣٢٤,٠٠ ريالًا

الاسم _____ التاريخ _____

١-١ تدريبات حل المسألة
المعادلات

١) **توقيت:** ينقص التوقيت في المملكة العربية السعودية ساعة واحدة عن التوقيت في الإمارات العربية المتحدة، ويزيد ساعة واحدة على التوقيت في المملكة الأردنية الهاشمية. اكتب معادلة لتحديد الوقت في المملكة الأردنية الهاشمية، إذا كان الوقت ١٢ ظهرًا في الإمارات العربية المتحدة.

١٢–ب=٢؛ ب = ١٠:٠٠ صباحًا

٢) **تغذية:** تحتوي حبة البطاطس المتوسطة الحجم على ٢٦ جرامًا من الكربوهيدرات. اكتب معادلة لتجد كمية الكربوهيدرات في ٥ حبات بطاطس متوسطة الحجم وحلّها.

ك = ٥ ع ؛ ١٣٠ جرامًا

٣) **أعمال يدوية:** تحتاج ندى إلى ٣٠ مترًا من خيوط غزل من أجل عمل وشاح صغير. فإذا اشترت كرة غزل طول خيطها ١٠٠ متر، واستعملت ١٠ مترات منها، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الأوشحة التي تستطيع عملها إذا خططت لاستعمال كرة غزل واحدة.

١٠٠ – ١٠ = ٣٠د ؛ د = ٣ أوشحة

٤) **مسافات:** اشترى عبدالرحمن سيارة مستعملة، وكانت قراءة العدّاد فيها تشير إلى أنها قطعت مسافة ٢٨٠٠٠ كيلومتر، وكان عبدالرحمن يقطع بالسيارة بعد شرائها ٤٠ كلم يوميًّا. اكتب معادلة وحُلّها لمعرفة قراءة العداد بعد ٣٠ يومًا.

ف = ٢٨٠٠٠ + ٤٠ ي؛ ٢٩٢٠٠ كلم

٥) **رحلة برية:** خرج عدد من الأشخاص في رحلة برية، وعند الغداء استعملوا عددًا من الصحون الورقية تساوي ضعف عددهم، إضافة إلى ٥ صحون أخرى. إذا كان عدد الأشخاص ١٢ شخصًا، فاكتب معادلة لإيجاد عدد الصحون اللازمة وحلّها.

جـ = ٥ + ٢ ش ، ٢٩ صحنًا

٦) **مركبات:** طوّرت مؤخرًا سيارات هجينة تحتوي على نظامين: كهربائي وآخر يعمل بالبنزين. في حين تخزن بطاريات السيارة الهجينة طاقة إضافية، مكتسبة من استخدام المكابح. وبما أن السيارة الهجينة تستطيع استعمال الطاقة المخزونة للتقوية، فإنها تستهلك بنزينًا أقل لكل كيلو متر تقطعه، مقارنة بالسيارة التي تعمل بالبنزين فقط. افترض أن سيارة هجينة جديدة قطعت مسافة ١٩ كيلومترًا لكل لتر من البنزين:

أ) إذا كانت تكلفة ملء خزان البنزين ٣٦ ريالًا، وكان ثمن لتر البنزين ٠,٦ ريال، فاكتب معادلة وحلّها لإيجاد مسافة تقطعها سيارة هجينة مستهلكة خزانًا واحدًا من البنزين.

$\frac{٣٦}{٠,٦}$ × ١٩ = ف ؛ ١١٤٠ كيلومترًا

ب) اكتب معادلة وحلّها لإيجاد ثمن البنزين لكل كيلومتر لهذه السيارة الهجينة.

$\frac{٠,٦}{١٩}$ = س ؛ ٠,٠٣ ريال لكل كيلومتر

الاسم _____ التاريخ _____

١-١ التدريبات الإثرائية
مجموعات الحل

اقرأ الجملة المفتوحة الآتية:

اسم شهر يقع بين شعبان وذي الحجة.

تعرف أنه يتعيّن التعويض عن المتغير لتحديد ما إذا كانت الجملة صحيحة أو خطأ.

إذا عوضت برمضان أو شوال أو ذي القعدة فإن الجملة صحيحة. تُسمّى المجموعة {رمضان، شوال، ذو القعدة} مجموعة حلّ الجملة المفتوحة المعطاة أعلاه. تحتوي هذه المجموعة على جميع التعويضات التي تجعل الجملة صحيحة بدلًا من المتغير.

اكتب مجموعة الحلّ لكلّ جملة مفتوحة فيما يأتي:

١) منطقة إدارية سعودية تبدأ بحرف ت.
{تبوك}

٢) لون أساسي.
{الأحمر، الأصفر، الأزرق}

٣) دولة عاصمتها سراييفو.
{البوسنة والهرسك}

٤) منطقة إدارية تقع شرق السعودية.
{المنطقة الشرقية}

٥) س + ٤ = ١٠
{٦}

٦) اسم شهر هجري يحتوي على حرف ر.
{المحرم، صفر، ربيع الأول، ربيع الثاني، رجب، رمضان}

٧) أوّل زوجات الرسول محمد عليه الصلاة والسلام.
{السيدة خديجة رضي الله عنها}

٨) عدد زوجي بين ١، ١٣.
{٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢}

٩) ٣١= ٧٢ – ك
{٤١}

١٠) مربع العدد ٢ أو ٣ أو ٤
{٤، ٩، ١٦}

اكتب جملة مفتوحة لكلّ مجموعة حل فيما يأتي:

١١) {أ، م، ح، د} **اسم أحمد**

١٢) {١، ٣، ٥، ٧، ٩} **عدد فردي بين صفر و ١٠**

١٣) { رجب، ذو القعدة، ذو الحجة، شوال }
شهر من الأشهر الحرم

١٤) {الأطلسي، الهادي، الهندي، القطبي الشمالي} **محيط**

٢-١ تدريبات إعادة التعليم
حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حلّ المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح: إذا كانت المعادلة صحيحة، وأضيف العدد نفسه إلى كلّ من طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا. وستساعدك هذه الخاصية بصورة عامة على حلّ المعادلة التي تتضمن عملية الطرح، وبالمثل إذا كانت المعادلة صحيحة، وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا. وستساعدك هذه الخاصيّة على حلّ المعادلات التي تتضمّن عملية الجمع.

خاصيّة الجمع في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان أ = ب، فإن أ + جـ = ب + جـ
خاصيّة الطرح في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان أ = ب، فإن أ − جـ = ب − جـ

مثال ١ حلّ المعادلة: م − ٣٢ = ١٨

م − ٣٢ = ١٨	المعادلة الأصلية
م − ٣٢ + ٣٢ = ١٨ + ٣٢	أضف ٣٢ إلى كلا الطرفين
م = ٥٠	بسّط

إذن الحل هو ٥٠

مثال ٢ حلّ المعادلة: ٢٢ + ب = −١٢

٢٢ + ب = −١٢	المعادلة الأصلية
٢٢ + ب − ٢٢ = −١٢ − ٢٢	اطرح ٢٢ من كلا الطرفين
ب = −٣٤	بسّط

إذن الحل هو −٣٤

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) هـ − ٣ = −٢ **١**	٢) م − ٨ = −١٢ **−٤**	٣) ب − ٥ = ١٥ **٢٠**
٤) ٢٠ = ص − ٨ **٢٨**	٥) ك − ٥,٠ = ٢,٣ **٢,٨**	٦) ن − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{٨}$ **$١\frac{١}{٨}$**
٧) هـ − ١٨ = −١٧ **١**	٨) −١٢ = −٢٤ + ك **١٢**	٩) جـ − ٠,٢ = ١,٨ **٢**
١٠) ب − ٤٠ = −٤٠ **٠**	١١) م − (−١٢) = ١٠ **−٢**	١٢) ت − $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{١}{٤}$ **$\frac{٧}{٤}$**
١٣) س + ١٢ = ٦ **−٦**	١٤) ت + ٢ = −١٣ **−١٥**	١٥) −١٧ = ب + ٤ **−٢١**
١٦) ل + (−٩) = ٧ **١٦**	١٧) −٣,٢ = ل + (−٢,٠) **−٣**	١٨) −$\frac{٣}{٨}$ + س = $\frac{٥}{٨}$ **١**
١٩) ١٩ + هـ = −٤ **−٢٣**	٢٠) −١٢ = ك + ٢٤ **−٣٦**	٢١) جـ + ١,٢ = ٢,٨ **١,٦**
٢٢) ب + ٨٠ = −٨٠ **−١٦٠**	٢٣) م + (−٨) = ٢ **١٠**	٢٤) ت + $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{٥}{٨}$ **−$\frac{٧}{٨}$**

٢-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)
حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حلّ المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة: إذا كانت المعادلة صحيحة، وضُرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة. يمكنك استعمال هذه الخاصية لحل المعادلات التي تتضمن الضرب أو القسمة. ويمكنك استعمال خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلات التي تتضمن الضرب أو القسمة أيضًا. إذا كانت المعادلة صحيحة، وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

خاصيّة الضرب في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠ إذا كان أ = ب فإن أ × جـ = ب × جـ
خاصيّة القسمة في المساواة	لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠، إذا كان أ = ب فإن $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{جـ}$

مثال ١ حلّ المعادلة: $\frac{١}{٢}$ ٣ ب = $١\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{٢}$ ٣ ب = $\frac{١}{٢}$ ١	المعادلة الأصلية
$\frac{٣}{٢}$ ب = $\frac{٧}{٢}$	حوّل العدد الكسري إلى كسر غير فعلي
$\frac{٢}{٧}$ ($\frac{٧}{٢}$ ب) = $\frac{٢}{٧}$ ($\frac{٣}{٢}$)	اضرب كلا الطرفين في $\frac{٢}{٧}$
ب = $\frac{٣}{٧}$	بسّط

إذن الحل هو $\frac{٣}{٧}$.

مثال ٢ حلّ المعادلة: −٥ ن = ٦٠

−٥ ن = ٦٠	المعادلة الأصلية
$\frac{-٥ن}{-٥} = \frac{٦٠}{-٥}$	اقسم كلا الطرفين على −٥
ن = −١٢	بسّط

إذن الحل هو −١٢

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) $\frac{هـ}{٣}$ = −٢ **−٦**	٢) $\frac{١}{٨}$ م = ٦ **٤٨**	٣) $\frac{١}{٥}$ ب = $\frac{٣}{٥}$ **٣**
٤) ٥ = $\frac{ص}{١٢}$ **٦٠**	٥) −$\frac{١}{٤}$ ك = −٢,٥ **١٠**	٦) −$\frac{م}{٨}$ = $\frac{٥}{٨}$ **−٥**
٧) −$\frac{١}{٢}$ ١هـ = ٤ **−$\frac{٨}{٣}$**	٨) −١٢ = −$\frac{٣}{٢}$ ك **٨**	٩) $\frac{جـ}{٣}$ = $\frac{٢}{٥}$ **$١\frac{١}{٥}$**
١٠) −$\frac{١}{٣}$ ٣ب = ٥ **−$١\frac{١}{٢}$**	١١) $\frac{٧}{١٠}$ م = ١٠ **$١٤\frac{٢}{٧}$**	١٢) $\frac{ب}{٥}$ = −$\frac{١}{٤}$ **−$١\frac{١}{٤}$**
١٣) ٣هـ = −٤٢ **−١٤**	١٤) ٨م = ١٦ **٢**	١٥) −٣ ت = ٥١ **−١٧**
١٦) −٣ر = −٢٤ **٨**	١٧) ٨ك = −٦٤ **−٨**	١٨) −٢ م = ١٦ **−٨**
١٩) ١٢هـ = ٤ **$\frac{١}{٣}$**	٢٠) −٢,٤ب = ٧,٢ **−٣**	٢١) ٠,٥ جـ = ٥ **١٠**
٢٢) −٢٥ = ٥ م **−٥**	٢٣) ٦ م = ١٥ **$٢\frac{١}{٢}$**	٢٤) −١,٥ ب = −٧٥ **٥٠**

الاسم _____ التاريخ _____

٢-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

١) **تعليم:** عمل يوسف معلّمًا مدة ٣٣ سنة، إلى أن تقاعد سنة ١٤٢٨هـ. اكتب معادلة، ثم حُلّها، لتجد السنة التي عُيِّن فيها يوسف معلّمًا.

١٤٢٨ − س = ٣٣؛ س=١٣٩٥هـ

٢) **رواتب:** في سنة ١٤٢٨هـ كان الراتب السنوي لمدير شركة ما ٢٨٤٠٠٠ ريال، وكان راتب رئيس قسم المحاسبة في السنة نفسها أقل من ذلك بمقدار ٩٧٠٠٠ ريال. اكتب معادلة وحُلّها؛ لتجد الراتب السنوي لرئيس قسم المحاسبة في سنة ١٤٢٨هـ.

م= ٢٨٤٠٠٠ − ٩٧٠٠٠

أو ٢٨٤٠٠٠ − م= ٩٧٠٠٠؛

م= ١٨٧٠٠٠

٣) **طقس:** لاحظ خالد أن درجة الحرارة انخفضت في أحد أيام الشتاء ٨ درجات خلال ساعات اليوم، لتسجل ٩ درجات سيليزية. اكتب معادلة لإيجاد درجة الحرارة في ذلك اليوم، ثم حُلّها.

د − ٨ = ٩؛

د = ١٧° س

٤) **زراعة:** مساحة مزرعة عبدالله ٢٤ دونمًا، وهي تعادل $\frac{١}{٤}$ مساحة مزرعة مصطفى. فكم دونمًا تبلغ مساحة مزرعة مصطفى؟

٩٦ دونمًا

٥) **نقل بحري:** تقاس المسافات في البحار بالميل البحري بدلًا من الميل العادي أو الكيلومتر.

الميل البحري الواحد = ١٨٥٣ مترًا

العقدة الواحدة = $\frac{\text{١ ميل بحري}}{\text{ساعة}}$

أ) يبحر قارب مسافة ١٦عقدة في ساعة واحدة، فما المسافة التي يقطعها في تلك الساعة بالأمتار؟ اكتب معادلة ثم حُلَّها.

١٨٥٣×١٦ = ف

ف = ٢٩٦٤٨ مترًا

ب) ما سرعة القارب بالكيلومتر لكلّ ساعة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

٢٩٦٤٨ ÷ ١٠٠٠ = ٢٩,٦٥ كيلومترًا لكلّ ساعة

الاسم _____ التاريخ _____

٢-١ التدريبات الإثرائية

لغز المصعد

دخل خليل المصعد، فتحرك المصعد دون أن يُضغط أيُّ زر، وارتفع ٤ أدوار إلى أعلى ليركب بدر، وهبط ٦ أدوار وخرج بدر، وفي الدور نفسه ركب مشاري فارتفع المصعد دورًا واحدًا وخرج مشاري. وبعد ذلك هبط المصعد ٨ أدوار إلى أسفل ليركب عبدالعزيز، ثم هبط ٣ أدوار إلى أسفل وخرج عبدالعزيز. ثم تحرك دورًا واحدًا إلى الأعلى فركب سلطان، وتحرك ٦ أدوار إلى أسفل ليصل إلى مستوى الشارع، حيث نزل منه خليل وسلطان.

١) افترض أن س تمثل نقطة البداية، واكتب معادلة تمثل حركة خليل في المصعد.

س + ٤ − ٦ + ١ − ٨ − ٣ + ١ − ٦ = ٠

٢) في أي دور ركب خليل المصعد؟

الدور السابع عشر

والآن بعد أن علمت نقطة البداية بالنسبة لخليل، فإنه يمكنك تحديد نقطة بداية رحلة كل من الأشخاص الآخرين الذين ركبوا المصعد.

٣) في أي دور ركب بدر المصعد؟ وفي أي دور خرج؟

ركب في الدور ٢١، ونزل في الدور ١٥.

٤) في أي دور ركب مشاري المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

ركب في الدور ١٥، ونزل في الدور ١٦.

٥) في أي دور ركب عبدالعزيز المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

ركب في الدور الثامن، ونزل في الدور الخامس.

٦) في أي دور ركب سلطان المصعد؟ وفي أي دور خرج ؟

ركب في الدور السادس، ونزل في الدور الأرضي على مستوى الشارع.

٣-١ تدريبات إعادة التعليم
حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

الحلّ عكسيًّا: استراتيجية الحلّ عكسيًّا واحدة من عدة استراتيجيات تستعمل لحلّ المسائل. ولحلّ المسألة عكسيًّا. ابدأ من النتيجة النهائية المعطاة في نهاية المسألة وألغِ عمل كلّ عملية (باستعمال العملية العكسية لها) بالحلّ عكسيًّا حتى تصل إلى القيمة الابتدائية.

مثال ١ **قُسم عدد على ٢ ثم طرح ٨ من الناتج، فكانت النتيجة ١٦. فما العدد؟**

حل المسألة بالحل عكسيًّا:

العدد النهائي هو ١٦. ألغ عملية طرح ٨ بإضافة ٨ لتحصل على ٢٤، ثم ألغ عملية القسمة على ٢ بالضرب في ٢ لتحصل على ٤٨.

إذن العدد الأصلي هو ٤٨.

مثال ٢ **يتضاعف عدد البكتيريا في طبق كلّ نصف ساعة، وبعد ٣ ساعات أصبح العدد٦٤٠٠، فكم كان عدد البكتيريا في الطبق في البداية؟**

حلّ المسألة بالحلّ عكسيًّا:

استمرت البكتيريا بالتكاثر لمدة ٣ ساعات. وبما أن الساعة مكوّنة من نصفين، فإن هناك ٦ فترات مدة كل منها نصف ساعة في الساعات الثلاثة، لذا فقد تضاعف عدد البكتيريا خلال هذه الفترة ٦ مرات، لذا ألغ عملية مضاعفة العدد بأخذ نصفه ٦ مرات.

$٦٤٠٠ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٦٤} \times ٦٤٠٠ = ١٠٠$

لذا عدد البكتيريا في البداية هو ١٠٠.

تمارين

حُل كلًّا من المسائل الآتية عكسيًّا:

١) قُسّم عدد على ٣، ثم أضيف ٤ للناتج، فكانت النتيجة ٨. أوجد العدد. **١٢**

٢) طرح ٨ من عدد، ثم ضرب الفرق في ٢، فكانت النتيجة ٢٤. أوجد العدد. **٢٠**

٣) ثلاثة أمثال عدد زائد ٣ يساوي ٢٤، فما ذلك العدد؟ **٧**

٤) **مدينة ألعاب:** في عطة نهاية الأسبوع زار أحمد مدينة الألعاب. إذا كان ثمن تذكرة الدخول ١٠ ريالاتٍ، وثمن تذكرة أيّ لعبة في المدينة ٨ ريالاتٍ، وعندما خرج أحمد من المدينة وجد أنه أنفق ١٠٦ ريالات، فكم مرّةً لعب أحمد في المدينة؟ **١٢ مرة**

٥) **نقود:** سحب ماجد مبلغًا من المال من حسابه. وأنفق ربع المبلغ في شراء فواكه، وبقي معه بعد ذلك ٢٢٥ ريالًا. كم ريالًا سحب ماجد؟ **٣٠٠ ريال**

٣-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمّة)
حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات: لحلّ المعادلة التي تحتوي على أكثر من عملية واحدة والتي تسمى عادة معادلة متعددة الخطوات، ألغِ عمل كل عملية بالحلّ عكسيًّا، وذلك بعكس ترتيب العمليات المعتاد.

مثال **حلّ المعادلة: ٥ س + ٣ = ٢٣**

٥ س + ٣ = ٢٣	المعادلة الأصلية
٥ س + ٣ − ٣ = ٢٣ − ٣	اطرح ٣ من كلا الطرفين
٥ س = ٢٠	بسّط
$\frac{٥ س}{٥} = \frac{٢٠}{٥}$	اقسم كلا الطرفين على ٥
س = ٤	بسّط

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) ٥س + ٢ = ٢٧ **٥**

٢) ٦س + ٩ = ٢٧ **٣**

٣) ٥س + ١٦ = ٢١ **١**

٤) ١٤ن − ٨ = ٣٤ **٣**

٥) ٠,٦س − ١,٥ = ١,٨ **٥,٥**

٦) $\frac{٧}{٨}$ ب − ٤ = ١٠ **١٦**

٧) $\frac{ل − ١٢}{١٤} = ١٦$ **٢٣٦**

٨) $\frac{٣ن}{١٢} + ٨ = ١٣$ **٢٠**

٩) $\frac{ق}{٥−} + ٣ = −١٣$ **٨٠**

١٠) $\frac{٤ب + ٨}{٢−} = ١٠$ **−٧**

١١) ٠,٢ س − ٨ = −٢ **٣٠**

١٢) ٢,٢ص − ١,٨ = ٣ **١,٥**

١٣) $\frac{٧س − (−١)}{٨−} = −٤$ **$٤\frac{٣}{٧}$**

١٤) $\frac{ك}{٤−} + ١٢− = ٨$ **−٨٠**

١٥) ٠ = ١٠ص − ٤٠ **٤**

اكتب معادلة لكلّ مسألة مما يأتي وحلّها:

١٦) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٩٦.

ع + (ع + ١) + (ع + ٢) = ٩٦؛ ٣١، ٣٢، ٣٣

١٧) أوجد عددين صحيحين فرديين متتاليين مجموعهما ١٧٦.

ع + (ع + ٢) = ١٧٦؛ ٨٧، ٨٩

١٨) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها −٩٣.

ع + (ع + ١) + (ع + ٢) = −٩٣؛ −٣٢، −٣١، −٣٠

الاسم _____ التاريخ _____

٣-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

١) **درجات الحرارة:** تستعمل الصيغة س = $\frac{ف - ٣٢^\circ}{١,٨}$ لتحويل درجة الحرارة الفهرنهايتية إلى سيليزية. أوجد درجة الحرارة السيليزية التي تكافئ ٦٨° ف.

٢٠° س

٢) **طول الإنسان:** من المتوقع أن يكون أقصى طول للشاب في المتوسط نحو مثلي طوله في عمر سنتين. إذا كانت المعادلة: ش=٢ل−١ تمثل طول أسعد في عمر الشباب، حيث ش طوله في عمر الشباب وَ ل طوله في عمر السنتين. وقد كان طول أسعد عندما كان عمره سنتين ٨٩ سنتمترًا. فما طوله في عمر الشباب؟ اكتب معادلة ثم حُلها.

ش = ٢ل − ١

ش = ١٧٧ سم

٣) **كيمياء:** إن فترة نصف العمر لمادة مشعة هي الفترة الزمنية المتطلّبة لتحلل نصف كمية هذه المادة بالإشعاع، أو لتصبح كمية المادة نصف ما كانت عليه في البداية. إذا علمت أن فترة نصف العمر للكربون ١٤ تساوي ٥٧٣٠ سنة، وكانت هناك عينتان من الكربون ١٤ كتلتاهما $\frac{٧}{٢٥}$ كجم وَ $\frac{٩}{٢٥}$ كجم، فكم كان مجموع كتلتيهما قبل ١١٤٦٠ سنة؟

و = $\left(\frac{٧}{٢٥} + \frac{٩}{٢٥}\right)$ × ٢ × ٢

و = $\frac{١٤}{٢٥}$ ٢ كجم

٤) **نظرية الأعداد:** اكتب معادلة لإيجاد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٣، ثم حُلّ تلك المعادلة.

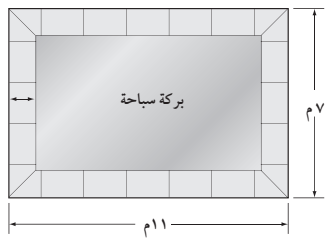
ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = ٣

٣ن + ٦ = ٣

٣ن = −٣

ن = −١؛ ن + ٢ = ١؛ ن + ٤ = ٣

٥) **هندسة:** أُحيطت بركة سباحة مستطيلة الشكل بممر أسمنتي عرضه ١م. وقد كانت أبعاد المستطيل الذي يمثل الممر والبركة معًا ٧ في ١١ مترًا.



أ) أوجد طول البركة وعرضها.

الطول (ل) = ١١ − ١ − ١ = ٩ م

العرض (ض) = ٧ − ١ − ١ = ٥ م

ب) أوجد مساحة البركة.

م = ل×ض

م = ٩×٥= ٤٥ مترًا مربعًا

جـ) اكتب معادلة لإيجاد مساحة الممر، ثم حُلّها.

م = ل×ض − ٤٥

م = ١١×٧ − ٤٥

م = ٧٧ − ٤٥

م = ٣٢ مترًا مربعًا

الاسم _____ التاريخ _____

٣-١ التدريبات الإثرائية

مسائل الأعداد الصحيحة المتتالية

تتضمّن كثير من المسائل والأحاجي فكرة الأعداد الصحيحة المتتالية. وتُعدُّ معرفة طريقة تمثيل هذه الأعداد الصحيحة جبريًّا عاملًا مساعدًا في حلّ هذه المسائل.

مثال **أوجد أربعة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها −٨٠.**

يمكنك كتابة العدد الصحيح الفردي بالصورة ٢ن + ١ حيث ن أي عدد صحيح.

فإذا مثّل ٢ن + ١ العدد الصحيح الفردي الأول، أضف ٢ للحصول على العدد الصحيح الفردي الأكبر التالي له، وهكذا. والآن اكتب معادلة لحل هذه المسألة.

(٢ن + ١) + (٢ن + ٣) + (٢ن + ٥) + (٢ن + ٧) = −٨٠

اكتب معادلة لكلّ من المسائل الآتية، ثم حُلّها:

١) أكمل حلّ المسألة في المثال السابق. **−٢٣، −٢١، −١٩، −١٧**

٢) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ١٣٢.

٢ن + (٢ن + ٢) + (٢ن +٤) = ١٣٢

٤٢، ٤٤، ٤٦

٣) أوجد عددين صحيحين متتاليين مجموعهما ١٩.

ن + (ن + ١)= ١٩؛ ٩؛ ١٠

٤) أوجد عددين صحيحين متتاليين مجموعهما ١٠٠.

ن + (ن + ١)= ١٠٠؛ ليس لها حل

٥) عددان صحيحان زوجيان متتاليان، يزيد العدد الأصغر فيهما بمقدار١٠ على نصف العدد الأكبر. أوجد هذين العددين.

٢ن =١٠+ $\frac{١}{٢}$ (٢ن + ٢)؛ ٢٢ و ٢٤

٦) عددان صحيحان زوجيان متتاليان، يقل العدد الأكبر فيهما بمقدار٦ عن ثلاثة أمثال العدد الأصغر. أوجد هذين العددين.

٢ن + ٢=٣ (٢ن) − ٦ ؛ ٤ و٦

٧) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية على أن يزيد مِثْلا مجموع العددين الأكبرين ٩١ على ثلاثة أمثال العدد الأول.

٢[(ن + ٢)+(ن + ٢)] = ٣ن + ٩١؛ ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤

٨) أوجد المجموعة المكونة من أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية على أن يكون أكبرها مِثْلَي أصغرها.

ن + ٣= ٢ن؛ {٣، ٤، ٥، ٦}

٤-١ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

المتغيرات في طرفي المعادلة: لحلّ معادلة تحتوي متغيرًا في كلٍّ من طرفيها، استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابة معادلة مكافئة يكون المتغير في أحد طرفيها فقط، ثم حلها.

مثال ١ حلّ المعادلة:

$٥ص - ٨ = ٣ص + ١٢$

$٥ ص - ٨ = ٣ ص + ١٢$

$٥ ص - ٨ - ٣ ص = ٣ ص + ١٢ - ٣ ص$

$٢ ص - ٨ = ١٢$

$٢ ص - ٨ + ٨ = ١٢ + ٨$

$٢ ص = ٢٠$

$\frac{٢ص}{٢} = \frac{٢٠}{٢}$

$ص = ١٠$

الحلّ هو: ١٠

مثال ٢ حلّ المعادلة:

$-١١ - ٣ص = ٨ ص + ١$

$-١١ - ٣ ص = ٨ ص + ١$

$-١١ - ٣ ص + ٣ ص = ٨ ص + ١ + ٣ ص$

$-١١ = ١١ ص + ١$

$-١١ - ١ = ١١ص + ١ - ١$

$-١٢ = ١١ ص$

$\frac{-١٢}{١١} = \frac{١١ ص}{١١}$

$-١\frac{١}{١١} = ص$

الحلّ هو: $-١\frac{١}{١١}$

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) $٦ - ب = ٥ب + ٣٠$
-٤

٢) $٥ص - ٢ص = ٣ص + ٢$
ليس لها حل

٣) $٥س + ٢ = ٢س - ١٠$
-٤

٤) $٤ن - ٨ = ٣ن + ٢$
١٠

٥) $٢,١س + ٣ = ٤,١ - س$
-١

٦) $٤,٤م + ٦,٢ = ٨,٨م - ١,٨$
$\frac{٢٠}{١١}$

٧) $\frac{١}{٢} ب + ٤ = \frac{١}{٨} ب + ٨٨$
٢٢٤

٨) $\frac{٣}{٤} ك - ٥ = \frac{١}{٤} ك - ١$
٨

٩) $٨ - ٥ب = ٤ب - ١$
١

١٠) $٤ب - ٨ = ١٠ - ٢ب$
٣

١١) $٢,٠س - ٨ = -٢ - س$
٥

١٢) $٣ص - ١,٨ = ٣ص - ١,٨$
جميع الأعداد

١٣) $-٤ - ٣س = ٧س - ٦$
$\frac{١}{٥}$

١٤) $٨ + ٤ك = -١٠ + ك$
-٦

١٥) $٢٠ - ع = ١٠ع - ٢$
٢

١٦) $\frac{٢}{٣} ن + ٨ = \frac{١}{٢} ن + ٢$
-٣٦

١٧) $\frac{٢}{٥} ص - ٨ = ٩ - \frac{٣}{٥} ص$
١٧

١٨) $-٤ر + ٥ = ٥ - ٤ر$
جميع الأعداد

١٩) $-٤ - ٣س = ٦س - ٦$
$\frac{٢}{٩}$

٢٠) $١٨ - ٤ك = -١٠ - ٤ك$
ليس لها حل

٢١) $١٢ + ٢ص = ١٠ص - ١٢$
٣

٤-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

الأقواس: عند حلّ معادلات تحتوي على أقواس بأشكالها كافة، استعمل خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس أولًا، ثم حلّ المعادلة الناتجة بالطرق التي سبق عرضها.

مثال حلّ المعادلة: $٤ (٢أ - ١) = -١٠ (أ - ٥)$

$٤ (٢أ - ١) = -١٠ (أ - ٥)$	المعادلة الأصلية
$٨أ - ٤ = -١٠أ + ٥٠$	خاصية التوزيع
$٨أ - ٤ + ١٠أ = -١٠أ + ٥٠ + ١٠أ$	أضف ١٠أ إلى كلا الطرفين
$١٨أ - ٤ = ٥٠$	بسّط
$١٨أ - ٤ + ٤ = ٥٠ + ٤$	أضف ٤ إلى كلا الطرفين
$١٨أ = ٥٤$	بسّط
$\frac{١٨أ}{١٨} = \frac{٥٤}{١٨}$	اقسم كلا الطرفين على ١٨
$أ = ٣$	بسّط

حلّ المعادلة هو ٣

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحلّ:

١) $-٣(س + ٥) = ٣(س - ١)$
-٢

٢) $٢(٧ + ٣ت) = -ت$
-٢

٣) $٣(أ + ١) - ٥ = ٣أ - ٢$
جميع الأعداد

٤) $٧٥ - ٩ق = ٥(-٤ + ٢ق)$
٥

٥) $٥(ف + ٢) = ٢(٣ - ف)$
$-\frac{٤}{٧}$

٦) $٤(م + ٣) = ٣٦$
٦

٧) $١٨ = ٣(٢ت + ٢)$
٢

٨) $٣(د - ٨) = ٣د$
ليس لها حل

٩) $٥(م + ٣) + ٩ = ٣(م - ٢) + ٦$
-١٢

١٠) $٤(ب - ٢) = ٢(٥ - ب)$
٣

١١) $٢,١(س - ٢) = ٢ - س$
٢

١٢) $\frac{٣ + ص}{٤} = -\frac{ص}{٨}$
-٢

١٣) $\frac{أ - ٨}{١٢} = \frac{أ + ٥}{٣}$
-٤

١٤) $٢(٤ + ٢ك) + ١٠ = ك$
-٦

١٥) $٢(س - ١) + ٤ = ٤(س + ١)$
-١

١٦) $٦(ن - ١) = ٢(٢ن + ٤)$
٧

١٧) $٢[٢ + ٣(ص - ١)] = ٢٢$
٤

١٨) $-٤(ر + ٢) = ٤ (٢ - ٤ر)$
$١\frac{١}{٣}$

١٩) $-٣(س - ٨) = ٢٤$
٠

٢٠) $٤(٤ - ٤ك) = -١٠ - ١٦ك$
ليس لها حل

٢١) $٦(٢ - ٢ص) = ٥ (٢ص - ٢)$
١

٤-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

١) **قرطاسية:** يزيد ثمن علبة أقلام التلوين ٥ ريالات على ثمن دفتر الرسم، ويزيد ثمن علبة أقلام التلوين ريالين على مِثْلَي ثمن دفتر الرسم أيضًا.
حل المعادلة د + ٥ = ٢د + ٢ لتجد ثمن دفتر الرسم الواحد.

٣

٢) **أعمار:** عمر خليل مِثْلا عمر ابنه إبراهيم، ويساوي عمر خليل مجموع عمر إبراهيم مع عمرَي أخويه التوأمين الأصغر منه سنًّا أيضًا. في حين أن عمر كل من التوأمين ١١ سنة. حلّ المعادلة ٢ب = ب + ١١ + ١١ لإيجاد عمر إبراهيم.

٢٢ سنة

٣) **هندسة:** الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ١٨٠°، والزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ٩٠°. أوجد قياس الزاوية التي يزيد قياس مكملتها ١٠° عن مِثْلَي قياس متتمتها. افترض أن قياس متممة الزاوية يساوي ٩٠ – س، وأن قياس مكملتها يساوي ١٨٠ – س. اكتب معادلة ثم حُلّها.

١٨٠ – س = ١٠ + ٢ (٩٠ – س)؛ ١٠

٤) **طبيعة:** يبين الجدول الآتي الارتفاع الحالي لشجرتين من نوعين من الأشجار، ومتوسط معدلات النمو لهذين النوعين. بعد كم سنة يصبح للشجرتين الارتفاع نفسه؟

نوع الشجرة	الارتفاع الحالي	معدل النمو السنوي
أ	٩٧ سنتمترًا	٢,١٠ سنتمترات
ب	١١٦ سنتمترًا	٦,٤ سنتمترات

٩٧ + ١٠,٢س = ١١٦ + ٦,٤س
٣,٨س = ١٩؛ س = ٥ سنوات

٥) **نظرية الأعداد:** طلب معلم من طلابه أن يجدوا عددين صحيحين زوجيين متتاليين، على أن يقل مِثْلا أصغرهما بمقدار ٤ عن مِثْلَي أكبرهما.

أ) اكتب معادلة لإيجاد هذين العددين ثم حلها.

يمكن كتابة العددين الصحيحين الزوجيين المتتاليين في الصورة ٢ن، ٢ن+٢، حيث ن عدد صحيح
٢(٢ن) = ٢ (٢ن + ٢) – ٤
٤ن = ٤ن + ٤ – ٤
٤ن = ٤ن
١ = ١ حيث ن ≠ صفر

ب) هل لهذه المعادلة حلّ وحيد، أم ليس لها حلّ، أم أنها متطابقة؟ اشرح إجابتك.

هذه المعادلة متطابقة؛ لأنها صحيحة لأي عددين صحيحين زوجين متتاليين.

٤-١ التدريبات الإثرائية

المتطابقات

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير **متطابقة**. وعندما تحاول حلّ المتطابقة ينتهي بك الأمر إلى عبارة تكون صحيحة دائمًا. والمثال الآتي يوضح ذلك:

مثال حُلّ المعادلة : ٨ – (٥ – ٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – (٥ – ٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – ٥ – (–٦س) = ٣ (١ + ٢س)

٨ – ٥ + ٦س = ٣ + ٦س

٣ + ٦س = ٣ + ٦س

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ من المعادلات الآتية متطابقة، وإلا فحُلّ المعادلة:

١) ٢(٢ – ٣س) = ٣(٣ + س) + ٤ — **س = –١**

٢) ٥(م + ١) + ٦ = ٣(٤ + م) + (٢م – ١) — **متطابقة**

٣) (٥ت + ٩) – (٣ت – ١٣) = ٢(١١ + ت) — **متطابقة**

٤) ١٤ – (٦ – ٣جـ) = ٤جـ – جـ — **ليس لها حل**

٥) ٣ص – ٢(ص + ١٩) = ٩ص – ٣(٩ – ص) — **ص=–١**

٦) ٣(٣هـ – ١) = ٤(هـ + ٣) — **هـ = ٣**

٧) استعمل المعادلة الصحيحة ٣ س – ٢ = ٣ س – ٢ لتكوّن متطابقة خاصة بك.
إجابة ممكنة: ٦س – ٤ = ٢ (٣س – ٢)

٨) استعمل المعادلة غير الصحيحة ١ = ٢ لتكوّن معادلة ليس لها حل.
إجابة ممكنة: ٢س + ١ = ٢س + ٢

٩) كوّن معادلة حلها هو س = ٣.
إجابة ممكنة: ٤س + ٢(س + ١) = ٢٠

٥-١ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المعادلات التي تتضمّن القيمة المطلقة

عبارات القيمة المطلقة: تحدد عبارات القيمة المطلقة الحدين الأعلى والأدنى للمدى الذي تقع ضمنه قيمة المتغير. وتُحسب قيم العبارات التي تتضمن قيمًا مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

مثال احسب قيمة: | ت − ٥ | − ٧، إذا كانت ت = ٣

| ت − ٥ | − ٧ = | ٣ − ٥ | − ٧	عوّض ت = ٣
= | −٢ | − ٧	٣ − ٥ = −٢
= ٢ − ٧	| −٢ | = ٢
= −٥	بسّط

تمارين

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ر = −٢، ن = −٣، ت = ٣:

١) \| −٨ − ت \| + ٣ **٨**
٢) \| ت − ٣ \| − ٧ **−٧**
٣) ٥ + \| ٣ − ن \| **١١**
٤) \| ر + ن \| − ٧ **−٢**
٥) \| ن − ت \| + ٤ **١٠**
٦) − \| ر + ن + ت \| **−٢**

احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ن = ٢، ق = −١,٥، ر = −٣، ل = −٨، م = ٤,٥ ، س = ٤:

٧) \| ٢ق + ر \| **٦**
٨) ١٠ − \| ٢ن + ل \| **٦**
٩) \| ٣س − ٢م \| − ق **٤,٥**
١٠) ل − \| ٣ن + س \| **−١٨**
١١) ١ + \| ٥ق − م \| **١٣**
١٢) ٢ \| ٣ر − ل \| **٢**
١٣) \| −٢س + ٥ن \| + (ن − س) **٠**
١٤) ٤م − \| ٢ر + ل \| **٤**
١٥) ٣ \| م − ن \| − ٥ \| ق − ر \| **٠**

٥-١ تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

حلّ المعادلات التي تتضمّن القيمة المطلقة

معادلات القيمة المطلقة: عند حل معادلات تتضمن قيمًا مطلقة، هناك حالتان يجب أخذهما بعين الاعتبار:

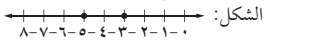
الحالة ١: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفر.

الحالة ٢: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

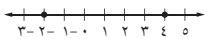
مثال ١ حُلّ المعادلة | س + ٤ | = ١، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

| س + ٤ | = ١	المعادلة الأصلية
س + ٤ = ١ أو	س + ٤ = −١
س + ٤ − ٤ = ١ − ٤	أو س + ٤ − ٤ = −١ − ٤
س = −٣	س = −٥

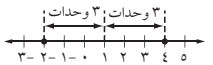
مجموعة الحل هي {−٣، −٥} وتُمثّل بيانيًّا في صورة الشكل:



مثال ٢ اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل الآتي:



أوجد النقطة التي تبعد المقدار نفسه عن −٢ وعن ٤.



النقطة هي نقطة المنتصف بين −٢ وَ ٤، وبما أن المسافة بين ١ وَ −٢ تساوي ٣ وحدات والمسافة بين ١ وَ ٤ تساوي ٣ وحدات، لذا المعادلة المطلوبة هي:

| س − ١ | = ٣

تمارين

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١) | ص | = ٣ **{−٣،٣}**
٢) | س − ٤ | = ٤ **{٨،٠}**
٣) | ص + ٣ | = ٢ **{−٥، −١}**
٤) | ب + ٢ | = ٣ **{−٥،١}**
٥) | ت + ٢ | = ٤ **{−٦،٢}**
٦) | ٢س | = ٨ **{−٤،٤}**
٧) | ٢ص − ١ | = ٣ **{−١،٢}**
٨) | ب − ٠,٢ | = ٠,٥ **{−٠,٣، ٠,٧}**
٩) | د − ١٠٠ | = ٥٠ **{١٥٠،٥٠}**

اكتب معادلة تتضمّن القيمة المطلقة لكلّ من التمثيلات الآتية:

١٠) | س | = ٤
١١) | س − ١ | = ٢
١٢) | س + ٣ | = ٤

٥-١ تدريبات حل المسألة

حلّ المعادلات التي تتضمّن القيمة المطلقة

١) **هندسة صناعية:** توضع مواصفات هندسية لحدود وجود عيبٍ مصنعيٍّ للأدوات. وقد حُدِّدت درجات حرارة الفرن في مصنع للأفران بالحدين ±١٥° ف. ويعني ذلك أن درجة الحرارة داخل الفرن ستكون ضمن ١٥° ف حول الدرجة المحددة التي يُشغّل الفرن عليها. اكتب عبارة قيمة مطلقة تمثل درجة الحرارة العظمى ودرجة الحرارة الدنيا داخل الفرن عند تثبيت منظم الحرارة على ٤٠٠°ف.

|د − ٤٠٠| = ١٥

٢) **فلك:** يدور كوكب بلوتو حول الشمس في مسار غير دائري، بحيث يكون أكبر بُعدٍ له عن الشمس ٧٢٦٢ مليون كيلومترًا، وأقرب بُعد له عنها ٤٤١٠ مليون كيلومترات. اكتب معادلة قيمة مطلقة وحلها؛ لإيجاد أقرب وأبعد بُعدٍ لكوكب بلوتو عن الشمس.

|س − ٥٨٣٦| = ١٤٢٦؛ ٤٤١٠ ، ٧٢٦٢

٣) **كلية جامعية:** يستعمل صندوق المنح في إحدى الكليات الجامعية الصيغة |٣ ك + ٦| = ١٥ لتحديد ما إذا كان الطالب مؤهلًا لنيل المنحة أم لا، حيث تُحدِّدُ ك من خلال مقابلة. ما قيم ك التي تؤهل الطالب لنيل المنحة؟

{−٣، ٧}

٤) **طعام:** لصنع مسحوق الكاكاو، تُحمَّص حبوب الكاكاو على درجة حرارة مثالية تساوي ٣٠٠° ف، بزيادة أو نقصان ٢٥° ف. اكتب معادلة قيمةٍ مطلقةٍ، وحلها؛ لتصف أعلى وأدنى درجة حرارة لتحميص حبوب الكاكاو.

|س − ٣٠٠| = ٢٥؛ أعلى درجة حرارة ٣٢٥° ف، وأدنى درجة حرارة ٢٧٥° ف

٥) **أسماك:** تعيش معظم أسماك الزينة في المياه العذبة في درجة حرارة ٧٨° ف بزيادة أو نقصان ٢° ف.

أ) اكتب معادلة قيمة مطلقة لتحديد درجة الحرارة العظمى والصغرى التي تعيش فيها أسماك الزينة.

| س − ٧٨ | = ٢

ب) حل المعادلة التي كتبتها في الفرع (أ).

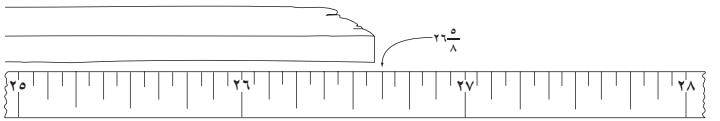
أقل درجة حرارة ٧٦° ف، وأعلى درجة حرارة ٨٠° ف

جـ) إذا كانت دقة القياس في ميزان الحرارة لحوض سمك ضمن ±١° ف، فكم ستكون درجة الحرارة الدنيا للماء؟ **٧٧° ف**

٥-١ التدريبات الإثرائية

دقة القياس

تعتمد دقة القياس على كلٍّ من: دقة الشخص الذي يقوم بالقياس، وعدد الأجزاء التي تنقسم إليها وحدة القياس في المسطرة المستعملة للقياس. افترض أنك تقيس طول قطعة خشب إلى أقرب جزء من ثمانية أجزاء من البوصة، وحصلت على القياس $٢٦\frac{٥}{٨}$ سم.



يُبين الشكل أعلاه أن الطول الحقيقي لهذه القطعة يقع بين $٢٦\frac{٩}{١٦}$ سم وَ $٢٦\frac{١١}{١٦}$ سم. ويمكنك التعبير عن هذا الطول مستعملاً الرمز ± الذي يقرأ "زائد أو ناقص" هكذا $٢٦\frac{٥}{٨} \pm \frac{١}{١٦}$ سم.

ويسمى العدد $\frac{١}{١٦}$ في هذه الحالة الخطأ المطلق، وهو يساوي نصف أصغر وحدة مستعملة في القياس.

أوجد أكبر طول وأصغره لكل من القياسات الآتية:

١) $٣\frac{١}{٢} \pm \frac{١}{٤}$ م — **$٣\frac{١}{٤}$ م ؛ $٣\frac{٣}{٤}$ م**

٢) $٩,٧٨ \pm ٠,٠٠٥$ سم — **٩,٧٧٥ سم؛ ٩,٧٨٥ سم**

٣) $٢,٤ \pm ٠,٠٥$ م — **٢,٣٥ م؛ ٢,٤٥ م**

٤) $٢٨ \pm \frac{١}{٢}$ قدم — **$٢٧\frac{١}{٢}$ ملم؛ $٢٨\frac{١}{٢}$ ملم**

٥) $١٥ \pm ٠,٥$ سم — **١٤,٥ سم؛ ١٥,٥ سم**

٦) $\frac{١١}{١٦} \pm \frac{١}{٣٢}$ بوصة — **$\frac{٢١}{٣٢}$ كلم، $\frac{٢٣}{٣٢}$ كلم**

اكتب أصغر وحدة مستعملة والخطأ المطلق في كل من القياسات الآتية:

٧) يقع القياس الحقيقي بين ١٢,٥ سم وَ ١٣,٥ سم. **١ سم؛ ±٠,٥ سم**

٨) يقع القياس الحقيقي بين $١٢\frac{١}{٨}$ م وَ $١٢\frac{٣}{٨}$ م. **$\frac{١}{٤}$ م؛ $\pm \frac{١}{٨}$ م**

٩) يقع القياس الحقيقي بين $٥٦\frac{١}{٢}$ كلم وَ $٥٧\frac{١}{٢}$ كلم. **١ كلم؛ $\pm \frac{١}{٢}$ كلم**

١٠) يقع القياس الحقيقي بين ٢٣,٥ ملم وَ ٢٣,١٥ ملم. **٠,١ ملم؛ ±٠,٠٥ ملم**