شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج السعودية

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2023-03-19 16:02:14

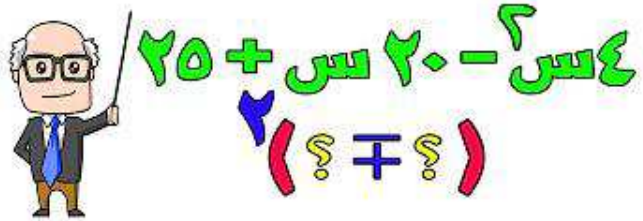
التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث المتوسط

المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث المتوسط والمادة رياضيات في الفصل الثالث

1	خرائط ذهنية و أوراق عمل و مقاطع فيديو
2	مراجعة عامة و نهائية
3	إجابة اختبار نهائي الدور الأول
4	اختبار نهائي الدور الأول قابل للتعديل
5	اختبار نهائي الدور الأول قابل للتعديل

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

رابط الدرس الرقمي



- حل معادلات تربيعية بإكمال المربع.
- كتابة عبارة تربيعية على صورة مربع كامل.

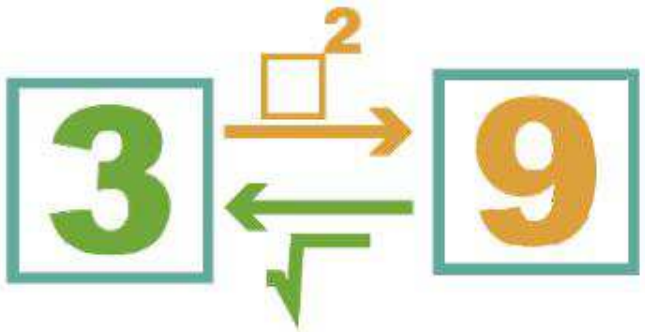
أهداف الدرس

المعرفة السابقة

استعمال خاصية الجذر التربيعي

$$س^{٢} = ٢٥$$

$$س = \pm \sqrt{٢٥} = \pm ٥$$



سنتعلم اليوم:

إكمال المربع

أكتب العبارة التربيعية على صورة مربع كامل.

أحل معادلات تربيعية بإكمال المربع.

ماجد الحربي

مهارة

الجذور التربيعية

×	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
٤	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
٥	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥
٦	٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤
٧	٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣
٨	٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢
٩	٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١

لإيجاد الجذر التربيعي : هو عكس تربيع العدد

$ن^{٢} = ٩^{٢}$

$ن = \pm \sqrt{٩^{٢}} = \pm ٩$

١	٤	١٦	٢٥
$١^{٢}$	$٢^{٢}$	$٤^{٢}$	$٥^{٢}$

$\sqrt{٤} = ٢$

$\sqrt{٢٥} = ٥$

$٢٥ = ٥^{٢}$

تذكر

$٤ = ٢(-) = ٢-\times ٢-$

تمهيد

يسدِّد لاعبو كرة السلة بعض كراتهم نحو المرمى بمسار يمكن تمثيله بالمعادلة: ع = −٩س^{٢} + ١٨س + ٥، حيث تمثل (ع) ارتفاع الكرة بعد (س) ثانية. ويمكن إيجاد الزمن عند أي ارتفاع معطى للكرة ؛ فمثلًا لإيجاد الزمن عندما تكون الكرة على ارتفاع ٤ أمتار، نحتاج إلى حل المعادلة: ٤ = −٩س^{٢} + ١٨س + ٥ باستعمال طرق مختلفة منها طريقة إكمال المربع.

إكمال المربع: درست في الدرس ٧– ٦ حل معادلات تربيعية بإيجاد الجذر التربيعي لكل طرف منها، والتي تستعمل فقط إذا كان المقدار الواقع على الطرف الأيمن مربعًا كاملًا. أما في العبارات ثلاثية الحدود التربيعية التي تمثل مربعات كاملة والتي يكون معاملها الرئيس ١، فهناك علاقة بين **معامل الحد الذي يحتوي س** و**الحد الثابت**.

$$(س + ٥)^{٢} = س^{٢} + ٢(٥)س + ٥^{٢}$$

$$= س^{٢} + ١٠ س + ٢٥$$

لاحظ أن $\left(\frac{١٠}{٢}\right)^{٢} = ٢٥$، ويمكن الحصول على الحد الثابت، بقسمة معامل الحد الذي يحتوي س على ٢، وتربيع الناتج، يمكن استعمال هذه الفكرة في تحويل أي عبارة تربيعية على الصورة

$س^{٢} + ب س$ إلى مربع كامل باستعمال طريقة تُسمى **إكمال المربع**.

مفهوم أساسي

إكمال المربع

أضف إلى مطويتك

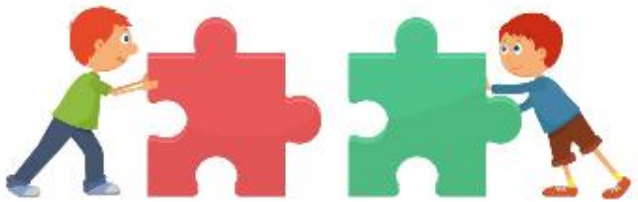
التعبير اللفظي: لإكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة $س^{٢} + ب\ س$، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١: أوجد نصف ب (معامل س)

الخطوة ٢: ربّع الناتج في الخطوة ١.

الخطوة ٣: أضف الناتج من الخطوة ٢ إلى $س^{٢} + ب\ س$، ثم اكتب العبارة على صورة مربع كامل.

الرموز: $س^{٢} + ب\ س + \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} = \left(س + \frac{ب}{٢}\right)^{٢}$



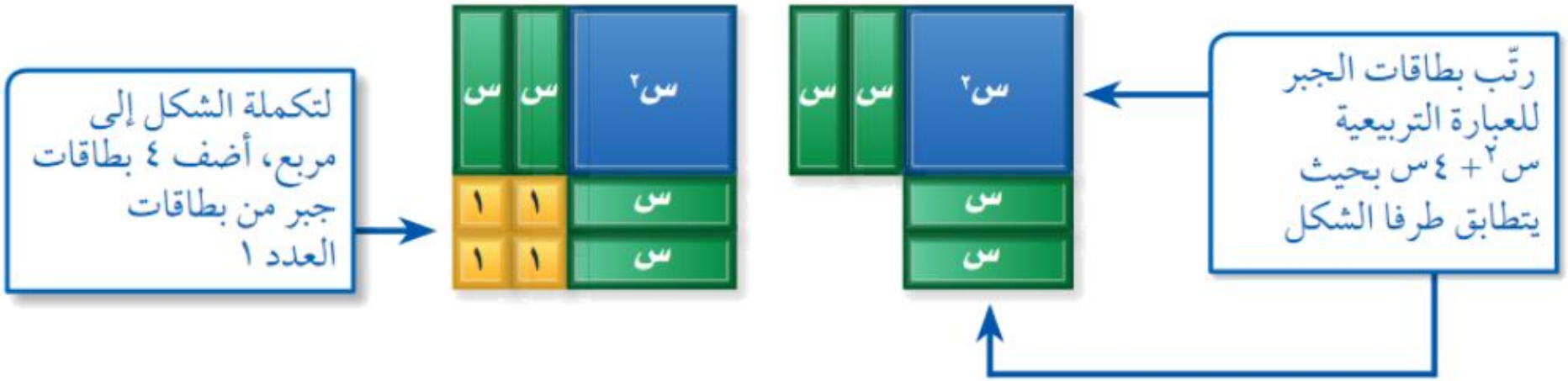
إكمال المربع

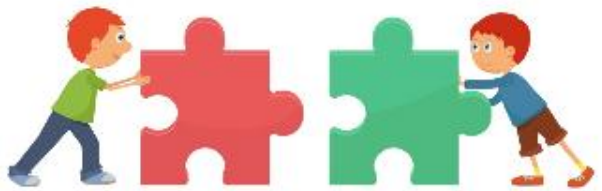
الطريقة ١ :

استعمال بطاقات الجبر.

مثال

أوجد قيمة جـ التي تجعل ثلاثية الحدود: س^{٢} + ٤س + جـ مربعًا كاملًا.





الطريقة ٢ :

استعمال خوارزمية إكمال المربع.

الخطوة ١ : أوجد $\frac{١}{٢}$ العدد ٤. $\frac{٤}{٢} = ٢$

الخطوة ٢ : ربّع الناتج من الخطوة ١. $٢^{٢} = ٤$

الخطوة ٣ : أضف الناتج من الخطوة٢ إلى $س^{٢} + ٤س$. $س^{٢} + ٤س + ٤$

إذن، جـ = ٤، لاحظ أن $س^{٢} + ٤س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$.

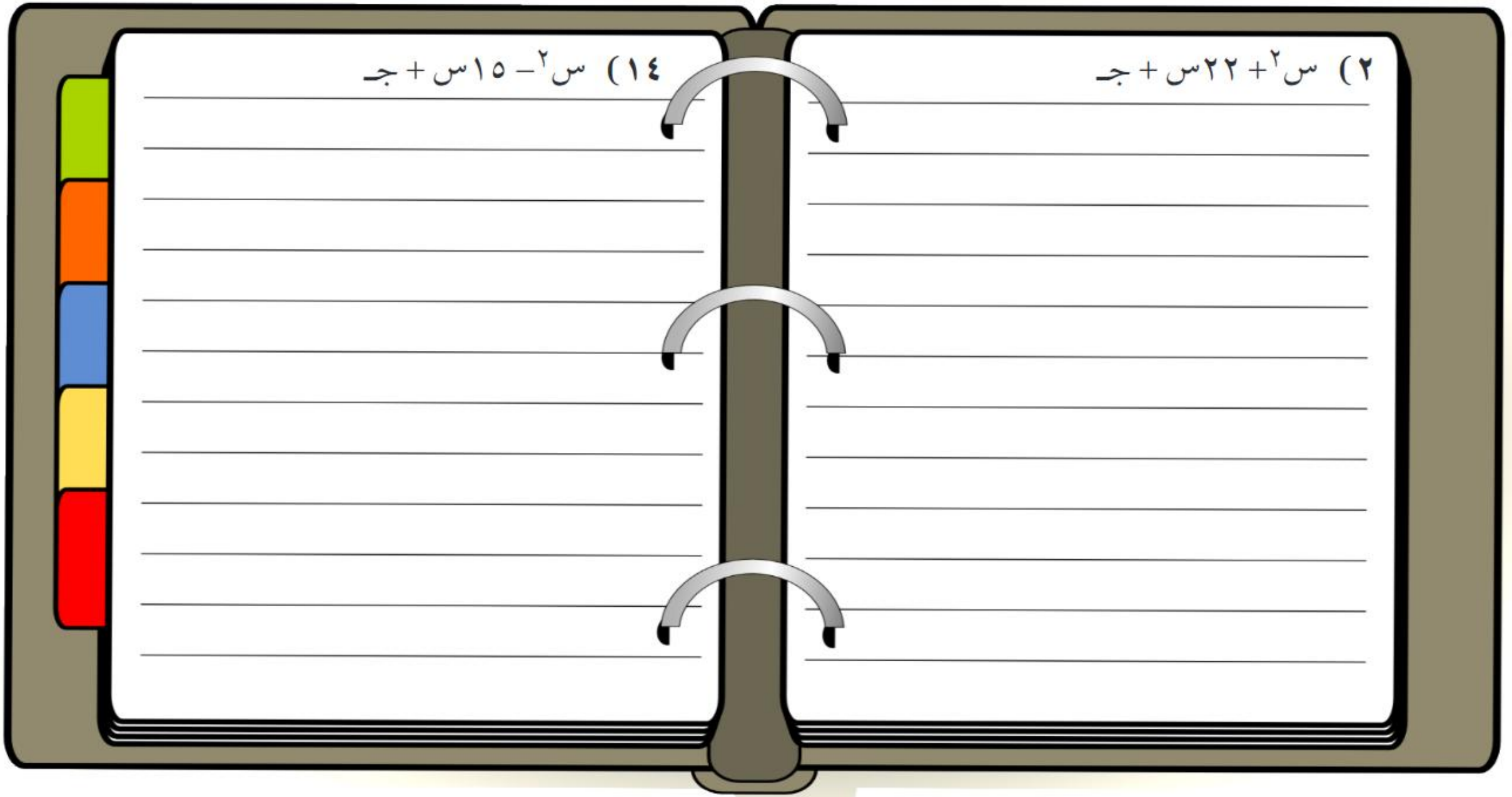
إرشادات للدراسة

الخوارزمية

الخوارزمية هي سلسلة خطوات لإجراء عملية أو لحل مسألة.

تقويم

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا:



حل معادلة بإكمال المربع

حل المعادلات بإكمال المربع: يمكن استعمال طريقة إكمال المربع لحل المعادلات التربيعية، والتي تتطلب فَصل الحدين $س^{٢}$، ب س أولًا.

مثال

حُلَّ المعادلة: $س^{٢} - ٦س + ١٢ = ١٩$ بإكمال المربع.

$س^{٢} - ٦س + ١٢ = ١٩$	المعادلة الأصلية
$س^{٢} - ٦س = ٧$	اطرح ١٢ من كلا الطرفين
$س^{٢} - ٦س + ٩ = ٧ + ٩$	بما أن $(\frac{-٦}{٢})^{٢} = ٩$؛ لذا أضف ٩ إلى كلا الطرفين
$(س - ٣)^{٢} = ١٦$	حلّل $س^{٢} - ٦س + ٩$
$س - ٣ = \pm ٤$	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
$س = ٣ \pm ٤$	أضف ٣ إلى كل طرف
$س = ٣ + ٤$ أو $س = ٣ - ٤$	افصل الحلين
$= ٧$ $= -١$	بسّط

إذن الحلان هما ٧، -١

تقويم حُلَّ كلَّ معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقرِّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا:

١٦) $س^{٢} + ٦س - ١٦ = ٠$

١٨) $س^{٢} - ٨س - ١ = ٨$

لحل معادلة تربيعية معاملها الرئيس لا يساوي ١، اقسم كل حد على هذا المعامل، ثم افصل الحدين اللذين يحتويان $س^{٢}$، س ثم أكمل المربع.

حل المعادلة: $-٢س^{٢}+٨س-١٨=٠$ بإكمال المربع.

$$-٢س^{٢}+٨س-١٨=٠$$

$$\frac{-٢س^{٢}+٨س-١٨}{-٢}=\frac{٠}{-٢}$$ اقسم كلا الطرفين على -٢

$$س^{٢}-٤س+٩=٠$$ بسّط

$$س^{٢}-٤س=-٩$$ اطرح ٩ من كلا الطرفين

$$س^{٢}-٤س+٤=-٩+٤$$ بما أن $(\frac{-٤}{٢})^{٢}=٤$؛ لذا أضف ٤ إلى كلا الطرفين

$$(س-٢)^{٢}=-٥$$ حلّل $س^{٢}-٤س+٤$

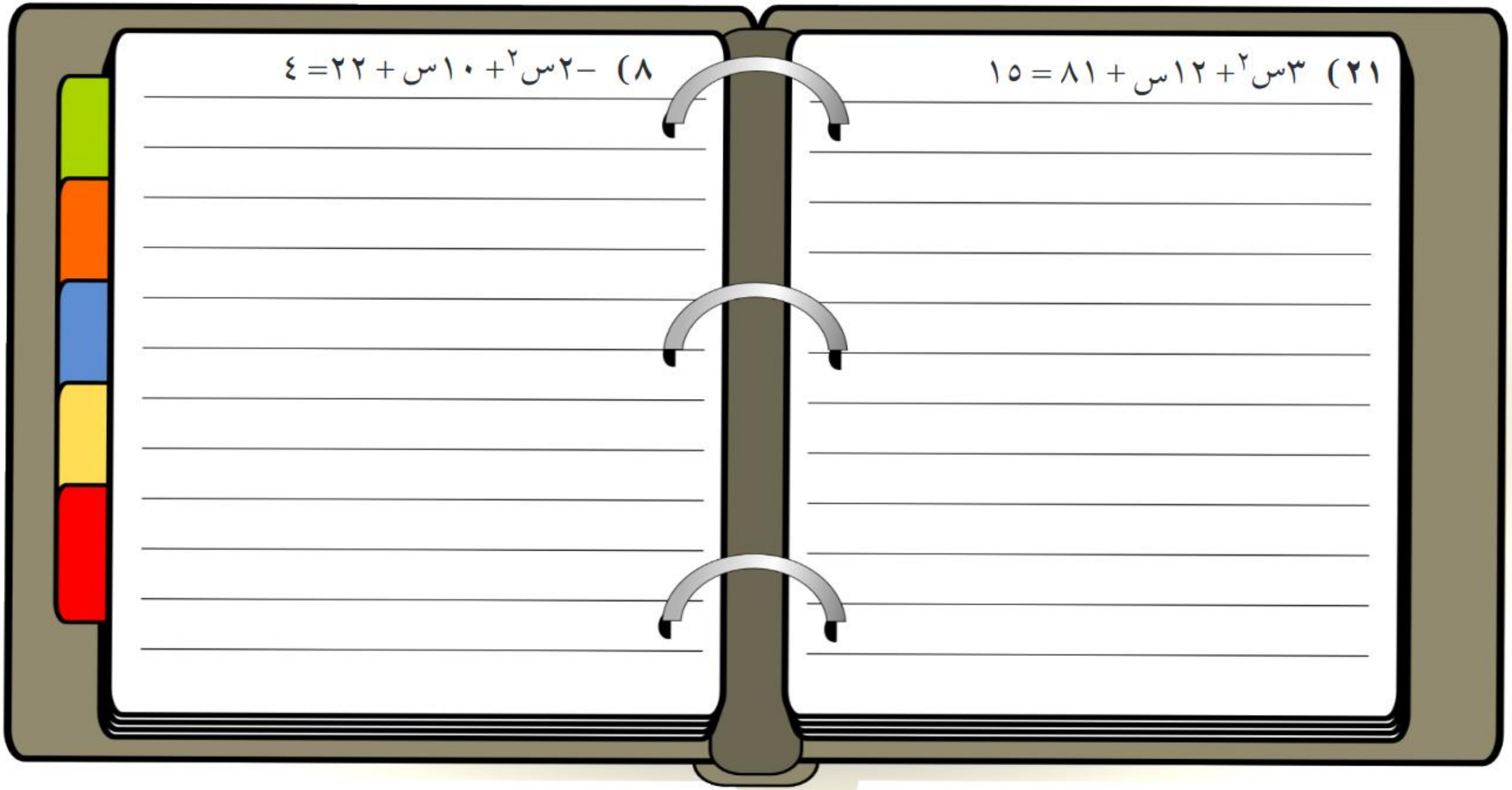
لا توجد أعداد حقيقية مربعاتها سالبة؛ لذا فالمعادلة ليس لها حلول حقيقية.

تنبيه !

المعامل الرئيس

تذكر أن المعامل الرئيس يجب أن يساوي ١ قبل إجراء عملية إكمال المربع.

تقويم حُلَّ كلَّ معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقرِّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا:



٢١) $٣س^{٢} + ١٢س + ٨١ = ١٥$

٨) $-٢س^{٢} + ١٠س + ٢٢ = ٤$

مثال من واقع الحياة

حل مسألة بإكمال المربع

زيّ رياضي: أراد أحد الفرق الرياضية شراء زيّ خاص بلاعبي كرة القدم، إذا أمكن تمثيل تكلفة الزي الرياضي بالمعادلة: ك = ٠,٢ س^{٢} + ٨,٤ س + ٣٥٠، حيث (ك) ثمن (س) قطعة من هذا الزي، فما عدد القطع التي يمكن شراؤها بمبلغ ٨٦٠ ريالًا؟

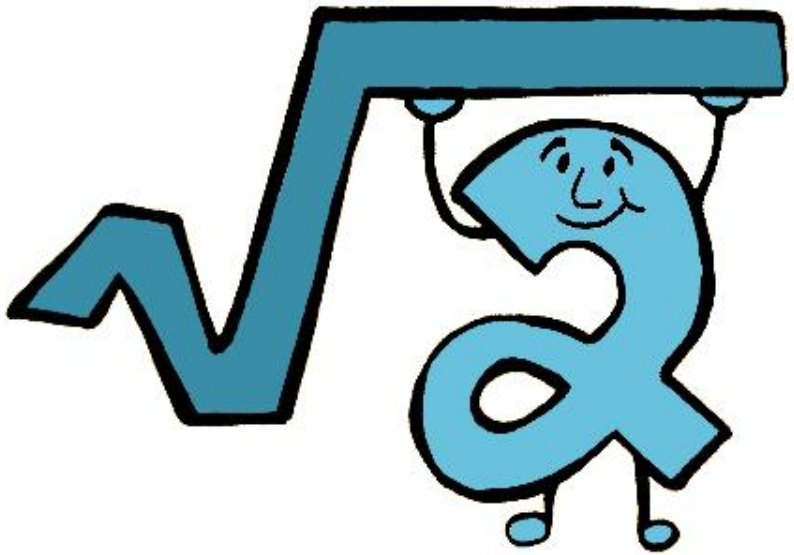
٠,٢ س^{٢} + ٨,٤ س + ٣٥٠ = ٨٦٠	المعادلة الأصلية
$\frac{٠,٢ س^{٢} + ٨,٤ س + ٣٥٠}{٠,٢} = \frac{٨٦٠}{٠,٢}$	اقسم كل طرف على ٠,٢
س^{٢} + ٢٤ س + ١٧٥٠ = ٤٣٠٠	بسّط
س^{٢} + ٢٤ س + ١٧٥٠ − ١٧٥٠ = ٤٣٠٠ − ١٧٥٠	اطرح ١٧٥٠ من كلا الطرفين
س^{٢} + ٢٤ س = ٢٥٥٠	بسّط
س^{٢} + ٢٤ س + ١٤٤ = ٢٥٥٠ + ١٤٤	بما أن $(\frac{٢٤}{٢})^{٢}$ = ١٤٤؛ لذا أضف ١٤٤ إلى كلا الطرفين
س^{٢} + ٢٤ س + ١٤٤ = ٢٦٩٤	بسّط
(س + ١٢)^{٢} = ٢٦٩٤	حلّل س^{٢} + ٢٤ س + ١٤٤ إلى العوامل
س + ١٢ = ± $\sqrt{٢٦٩٤}$	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
س = −١٢ ± $\sqrt{٢٦٩٤}$	اطرح ١٢ من كلا الطرفين

استعمل الحاسبة لتقريب قيمتي س.

س = $-١٢ + \sqrt{٢٦٩٤}$ أو س = $-١٢ - \sqrt{٢٦٩٤}$ افصل الحلين

$\approx ٣٩,٩$ $\approx -٦٣,٩$ أوجد القيم التقريبية

بما أنه لا يمكن أن نشتري عددًا سالبًا من القطع فالحل السالب غير معقول، إذن يمكن شراء ٣٩ قطعة من هذا الزي.



تقويم

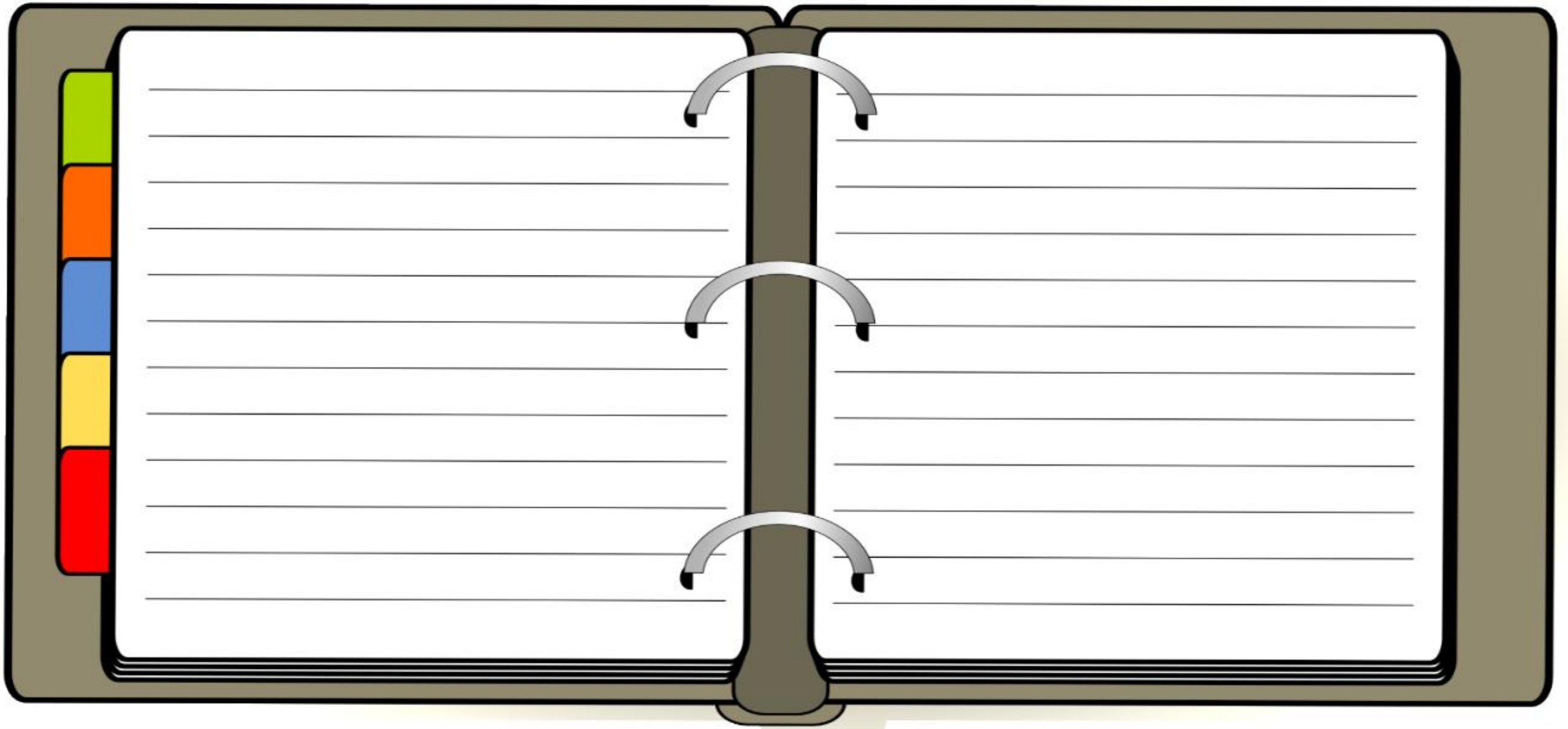
هندسة: أوجد قيمة س في كل شكل مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا: (م: المساحة)

٢٤) م = ١١٠ سم^{٢}

٣٣) حدّد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى. وفسّر إجابتك.

تقويم

$\frac{١}{٤} + ن - ن^{٢}$	$\frac{١}{٤} + ن + ن^{٢}$	$\frac{١}{٩} + ن \frac{٢}{٣} - ن^{٢}$	$\frac{١}{٩} + ن \frac{١}{٣} + ن^{٢}$



ملخص مفهوم

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

إكمال المربع $س^{٢} + ب س$

$س^{٢} + ٦ س + جـ$

١ بطاقات الجبر

$س^{٢}$	س	س	س
س			
س			
س			

$س^{٢}$	س	س	س
س	١	١	١
س	١	١	١
س	١	١	١

← ٩ بطاقات

٢ خوارزمية إكمال المربع

$س^{٢} + ٦ س + جـ$

÷٢ ↓

٣ ← تربيع ← ٩

$س^{٢} + ٦ س + ٩$

$(س + ٣)^{٢}$

حل معادلة بإكمال المربع

$س^{٢} + ٦ س = ٧$

÷٢ ↓

٣ ← تربيع ← ٩

$س^{٢} + ٦ س + ٩ = ٧ + ٩$

$(س + ٣)^{٢} = ١٦$

$س + ٣ = \pm ٤$

$ح = \{ -١٠ ، ٧ \}$

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

عند إكمال العبارة $س^{٢} - ٨ س$ إلى عبارة تربيعية (مربع كامل) نحصل على العبارة :

- ○ $(س + ٨)^{٢}$
- ○ $(س + ٤)^{٢}$
- ○ $(س - ٨)^{٢}$
- ○ $(س - ٤)^{٢}$

اختر الإجابات الصحيحة (هناك أكثر من إجابة صحيحة)

حلول المعادلة $٤ س^{٢} = ٤ س + ٢٤$ هي :

- ☐ -١
- ☐ ١
- ☐ ٢
- ☐ ٣
- ☐ ٣-